

GRUPOS DE HOMOTOPIA DOS ESPAÇOS MODULI DOS FIBRADOS DE HIGGS

Ronald Alberto Zúñiga Rojas

Universidade do Porto

Programa Inter-Universitário de Doutoramento em Matemática UC/UP

e-mail: ronalbzur@gmail.com

Resumo: Um fibrado de Higgs sobre X uma superfície de Riemann é um par do tipo (E, Φ) onde $E \rightarrow X$ é um fibrado vectorial holomorfo sobre X e a secção $\Phi \in H^0(X, \text{End}(E) \otimes K)$ é um endomorfismo de E torcido por $K = K_X$, o fibrado vectorial canónico sobre X . Mais geralmente, se mudamos K por um fibrado de linha arbitrário fixo L , obtemos um par de Hitchin (E, Φ) onde agora a secção $\Phi \in H^0(X, \text{End}(E) \otimes L)$. Fazendo uso das condições de estabilidade para os fibrados de Higgs, respectivamente para os pares de Hitchin, é possível obter uma construção tipo GIT dos espaços moduli dos fibrados de Higgs (E, Φ) de rango $rk(E) = r$ e grau $deg(E) = d$, $\mathcal{M}(r, d)$, respectivamente dos espaços moduli dos pares de Hitchin $\mathcal{M}_L(r, d)$. Existe também uma construção baseada em teoria calibrada (gauge theory) feita por Hitchin.

Os trabalhos de Bradlow, García-Prada e Gothen têm muita importância porque eles apresentam os principais resultados conhecidos sobre grupos de homotopia dos espaços moduli. Eles provaram que:

TEOREMA 1[BGG](Theorem 4.4.)

Seja \mathcal{G} o grupo calibrado unitário (unitary gauge group). Se $r > 1$, $g \geq 3$ e $GCD(r, d) = 1$, então:

- (1) $\pi_1(\mathcal{M}(r, d)) \cong H_1(X, \mathbb{Z})$;
- (2) $\pi_2(\mathcal{M}(r, d)) \cong \mathbb{Z}$;
- (3) $\pi_j(\mathcal{M}(r, d)) \cong \pi_{j-1}(\mathcal{G})$ for $2 < j \leq 2(g-1)(r-1) - 2$.

No caso particular $r = 2$ Hausel provou que o isomorfismo (3) se mantém para $j \leq 4g-8$, o que é duas vezes melhor que o resultado obtido no teorema.

O nosso objectivo é portanto obter resultados gerais para os pares de Hitchin, e melhorar o rango para o qual o isomorfismo em (3) no Teorema 1 se mantém para $r \geq 3$, generalizando portanto os resultados do trabalho de Hausel.

palavras-chave: Geometria e Topologia.

Referências

- [BGG] S.B. Bradlow, O. García-Prada, P.B. Gothen, “Homotopy Groups of Moduli Spaces of Representations” *Topology* 47 (2008), pp. 203–224.
- [Hau] T. Hausel, *Geometry of Higgs Bundles*, Cambridge University Press. Cambridge, 1998.
- [Hit1] N.J. Hitchin, *Gauge Theory on Riemann Surfaces*. Proceedings of the First College of Riemann Surfaces Held in Trieste, Italy (1987), pp. 99-118.
- [Hit2] N.J. Hitchin, “The Self-Duality Equations on a Riemann Surface”, *Proc. London Math. Soc.* Vol.55, No. 3 (1987), pp. 59-126.