

# Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática

14 a 16 Julho de 2014

	Segunda feira (14 Julho)	Terça feira (15 Julho)	Quarta feira (16 Julho)
08:00 - 09:00	<div>Registo</div> <div>Sala</div>		
09:00 - 10:00	Sessão de Abertura 1.D	Sessões Temáticas	Sessões Temáticas
	Sessão Plenária	<div>Análise e EDP (# 2) 2.1</div> <div>Ensino/Matemática (# 3) 2.4</div> <div>Lógica/Computação (# 1) 1.16</div> <div>Mat/Ciências/Tech (# 2) 2.5</div> <div>Prob/Estatística (# 1) 1.17</div>	<div>Lógica/Computação (# 2) 1.16</div> <div>Mat/Ciências/Tech (# 3) 2.4</div> <div>Alunos/Doutoramento (# 2) 2.5</div> <div>Inv/Operacional (# 2) 2.1</div> <div>Geometria/Topologia (# 2) 1.17</div>
10:00 - 11:00	Peter Cameron 1.D		
	Pausa para café	Pausa para café	Pausa para café
		Circo Matemático	
11:00 - 12:00	Sessões Temáticas	Sessão Plenária	Sessões Temáticas
	<div>Álgebra/Combinatória (# 1) 1.16</div> <div>Análise e EDP (# 1) 2.1</div> <div>Ensino/Matemática (# 1) 2.4</div> <div>Geometria/Topologia (# 1) 1.17</div>	<div>Sara Santos 1.D</div>	<div>História/Matemática (# 1) 1.17</div> <div>Mat/Ciências/Tech (# 4) 2.4</div> <div>Sistemas Dinâmicos (# 2) 1.16</div>
12:00 - 13:00	Almoço	Mesa Redonda:	
		"Divulgar e Comunicar Matemática" 1.D	Almoço
13:00 - 14:00		Almoço	
			Sessões Temáticas
14:00 - 15:00	Sessão Plenária		<div>Análise e EDP (# 3) 2.1</div> <div>História/Matemática (# 2) 1.17</div> <div>Alunos/Doutoramento (# 3) 2.4</div> <div>Geometria/Topologia (# 3) 1.16</div>
	Christopher Emdin 1.D	Sessão Plenária	
15:00 - 16:00	Mesa Redonda	João Gouveia 1.D	Sessão Plenária
	"O currículo formal e as iniciativas de divulgação e motivação em Matemática" 1.D	Sessões Temáticas	Gonçalo Tabuada 1.D
16:00 - 17:00	Pausa para café	<div>Álgebra/Combinatória (# 3) 1.16</div> <div>Inv/Operacional (# 1) 2.1</div> <div>Prob/Estatística (# 2) 1.17</div> <div>Sistemas Dinâmicos (# 1) 2.4</div>	Encerramento 1.D
	Circo Matemático		
17:00 - 18:00	Sessões Temáticas	Pausa para café	Visita
	<div>Álgebra/Combinatória (# 2) 1.16</div> <div>Ensino/Matemática (# 2) 2.4</div> <div>Mat/Ciências/Tech (# 1) 2.1</div> <div>Alunos/Doutoramento (# 1) 1.17</div>	EU-MATHS-IN 1.D	MATER: visita ao Cristo Rei e Pé Nú Beach Club.
18:00 - 19:00	Moscatel de Honra	Assembleia SPM	
	Casa da Cerca		
	(Centro de Arte Contemporânea)		
19:00 - 20:00	Rua da Cerca, 2800-050 Almada	Jantar Congresso	
		Convento dos Capuchos	
20:00 - 21:00			
21:00 - 22:00		Rua Lourenço Pires de Távora, 2825 Caparica	

## **1 Sessão de Abertura**

- Cecília Perdigão (FCT - Universidade Nova de Lisboa), Representante da Comissão Organizadora.
- Jorge Buescu (FC - Universidade de Lisboa), Representante da Comissão Científica.
- Vítor Hugo Fernandes, Presidente do Departamento de Matemática da FCT - Universidade Nova de Lisboa.
- Miguel Abreu (IST - Universidade de Lisboa), Presidente da Sociedade Portuguesa de Matemática.
- Fernando Santana, Director da FCT - Universidade Nova de Lisboa.

## **2 Sessão de Encerramento**

- Paula Amaral (FCT - Universidade Nova de Lisboa), Representante da Comissão Organizadora.
- Fernando Pestana da Costa (Universidade Aberta), Representante da Comissão Científica.

### 3 Sessões Plenárias

**[Segunda-feira (14 Julho), 9:30 – 10:30; sala 1.D]**

- Peter Cameron,  
University of St Andrews  
Queen Mary University of London (Emeritus)
  - The random graph

**[Terça-feira (15 Julho), 14:30 – 15:30; sala 1.D]**

- João Gouveia,  
Universidade de Coimbra  
Centro de Matemática da Universidade de Coimbra
  - Representing polytopes: the Yannakakis theorem

**[Quarta-feira (16 Julho), 15:00 – 16:00; sala 1.D]**

- Gonçalo Tabuada,  
Universidade Nova de Lisboa  
Centro de Matemática e Aplicações da Universidade Nova de Lisboa  
Massachusetts Institute of Technology, USA
  - Higher K - theory via universal invariants

### 4 Sessões Plenárias dedicadas ao Ensino e Divulgação da Matemática

**[Segunda-feira (14 Julho), 14:00 – 15:00; sala 1.D]**

- Christopher Emdin,  
Columbia University, NYC, USA
  - The keys to youth engagement in math: Unlocking STEM

**[Terça-feira (15 Julho), 11:00 – 12:00; sala 1.D]**

- Sara Santos,  
Maths Busking, UK
  - Público alvo

## 5 Mesas Redondas

### 5.1 Mesa Redonda - “Divulgar e Comunicar Matemática”

[Terça-feira (15 Julho), 12:00 – 13:00; sala 1.D]

**Moderador:** António Granado, FCSH - Universidade Nova de Lisboa

- Christopher Emdin, Columbia University, NYC, USA
- Sara Santos, Maths Busking, UK
- Rogério Martins, FCT - Universidade Nova de Lisboa
- Carlota Simões, FCT - Universidade de Coimbra

### 5.2 Mesa Redonda - “O currículo formal e as iniciativas de divulgação e motivação em Matemática”

[Segunda-feira (14 Julho), 15:00 – 16:00; sala 1.D]

**Moderador:** Paula Reis, Escola Secundária Padre António Vieira

- António Machiavelo, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
- Luís Malheiro, Escola Básica da Pontinha.

## 6 EU-MATHS-IN

O European Consortium for Mathematics in Industry (ECMI) e a Comissão de Matemática Aplicada da Sociedade Europeia de Matemática (EMS-AMC) criaram no final de 2013 a rede EU-MATHS-IN. Esta rede, cujo lançamento oficial teve lugar em Amesterdão em Novembro, irá agrupar redes nacionais ligadas à Matemática e a Indústria. Mais informação pode ser vista em <http://www.eu-maths-in.eu/>.

No sentido de criar a rede portuguesa participante no EU-MATHS-IN, está agendada uma reunião para dia 15 de Julho de 2014, das 17h30 às 18h, no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Nesta reunião pretende dar-se a conhecer o trabalho preliminar efectuado desde a primeira reunião - ocorrida em Maio de 2014, aquando da realização do 101º European Study Group with Industry - e estabelecer novos prazos conducentes à formalização da rede.

## 7 Circo Matemático

Ao estilo de Saltimbancos, o Circo Matemático partilha a Matemática na sua vertente recreativa, atraindo para a disciplina e partilhando conhecimento de diversas áreas. Abordamos o público interessado com números de ilusionismo, cartas, “contorcionismo” com cordas, desafios e jogos matemáticos e muito mais.

A “Banca de Vendas Ludus” oferece uma variedade de artigos relacionado com a actividade da Associação Ludus, a Matemática Recreativa, tendo à disposição uma grande variedade de livros, jogos, baralhos de cartas, instrumentos e outros artigos matemáticos. Serve principalmente para apoiar a logística e fornecer os materiais requeridos para as actividades da Associação.

## 8 Sessões Temáticas

### 8.1 Sessão Temática - Álgebra e Combinatória

#### Organização

- João Araújo,  
Universidade Aberta  
Centro de Álgebra da Universidade de Lisboa

#### 8.1.1 Sessão Temática - Álgebra e Combinatória (Primeira Sessão)

[Segunda-feira (14 Julho), 11:00 – 12:30; sala 1.16]

- Michael Kinyon, University of Denver
  - Loops with commuting inner mappings and automated deduction
- Wolfram Bentz, Centro de Álgebra da Universidade de Lisboa
  - A tribute to the Center of Algebra
- Jorge André, Universidade Nova de Lisboa
  - Interactions between groups and semigroups

#### 8.1.2 Sessão Temática - Álgebra e Combinatória (Segunda Sessão)

[Segunda-feira (14 Julho), 16:30 – 18:00; sala 1.16]

- Ricardo Mamede, CMUC - Universidade de Coimbra
  - Lexicographical combinatorial generation and Gray codes for noncrossing and nonnesting set partitions of classical type
- Jaime Gaspar, Universitat Rovira i Virgili - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Proofs of  $1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2$
- Manuel Silva, Universidade Nova de Lisboa - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Problemas Ramsey em Combinatória de palavras

#### 8.1.3 Sessão Temática - Álgebra e Combinatória (Terceira Sessão)

[Terça-feira (15 Julho), 15:30 – 17:00; sala 1.16]

- André Bernardino, Universidade da Beira Interior - CMA/UBI
  - The Gap Structure of a Family of Integer Subsets
- Patrícia Beites, Universidade da Beira Interior - CMA/UBI
  - Standard composition algebras of type II
- Rosário Fernandes, Universidade Nova de Lisboa - CELC
  - Sets of Parter Vertices which are Parter Sets

## 8.2 Sessão Temática - Análise e Equações com Derivadas Parciais

### Organização

- Luís Trabucho,  
Universidade Nova de Lisboa

### 8.2.1 Sessão Temática - Análise e Equações com Derivadas Parciais (Primeira Sessão)

[Segunda-feira (14 Julho), 11:00 – 12:30; sala 2.1]

- Ana Margarida Ribeiro, Universidade Nova de Lisboa - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Caracterização de Polinómios e Espaços de Sobolev de Ordem Superior em Termos de Funcionais Não Locais Envolvendo Razões Incrementais
- Eurica Henriques, Universidade de Trás - os - Montes e Alto Douro - CM - UTAD
  - Regularidade local para uma EDP de evolução duplamente não linear
- Telma Guerra, Escola Superior de Tecnologia do Barreiro
  - Aplicação de problemas de controlo a uma estenose idealizada

### 8.2.2 Sessão Temática - Análise e Equações com Derivadas Parciais (Segunda Sessão)

[Terça-feira (15 Julho), 9:00 – 10:30; sala 2.1]

- Filipe Oliveira, Universidade Nova de Lisboa
  - Sobre um sistema de Benney com termo absorvente
- Edgard Pimentel, Instituto Superior Técnico
  - Regularity theory for time dependent mean field games
- José Duque, Universidade da Beira Interior
  - Método dos elementos finitos para sistemas de equações parabólicas não locais com fronteiras

### 8.2.3 Sessão Temática - Análise e Equações com Derivadas Parciais (Terceira Sessão)

[Quarta-feira (16 Julho), 13:30 – 15:00; sala 2.1]

- Fernando Miranda, Universidade do Minho - CMAT
  - Uma inequação quasi - variacional com restrição no rotacional
- Hermenegildo Oliveira, Universidade do Algarve - CMAF
  - Escoamentos de mantos de gelo em climas polares

### **8.3 Sessão Temática - Ensino da Matemática**

#### **Organização**

- Paula Reis,  
Escola Secundária Padre António Vieira

#### **8.3.1 Sessão Temática - Ensino da Matemática (Primeira Sessão)**

**[Segunda-feira (14 Julho), 11:00 – 12:30; sala 2.4]**

- Margarida Pinto (Formadora da SPM).
  - Sangaku, a geometria nos santuários do Japão
- Pedro Freitas, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - CELC
  - Problemas de Matemática de Almada Negreiros
- Circo Matemático, Associação Ludus
  - O que fazemos com o Circo Matemático

#### **8.3.2 Sessão Temática - Ensino da Matemática (Segunda Sessão)**

**[Segunda-feira (14 Julho), 16:30 – 18:00; sala 2.4]**

- Ana Rute Domingos, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - CMAF
  - Resolver problemas - uma atividade mágica!
- Ana Cristina Oliveira, Associação Atractor
  - Mecanismos e superfícies
- Luís Bernardino, EB de Nun' Álvares, Seixal
  - Jogar com a Matemática na Baía do Seixal

#### **8.3.3 Sessão Temática - Ensino da Matemática (Terceira Sessão)**

**[Terça-feira (15 Julho), 9:00 – 10:30; sala 2.4]**

- Luís Bernardino, EB de Nun' Álvares, Seixal
  - Teoremas Elementares
- Helena Monteiro, ESTA - Instituto Politécnico de Tomar
  - Transição da Matemática do secundário para o superior
- Jaime Gaspar, Universitat Rovira i Virgili - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Math Candies

## 8.4 Sessão Temática - Geometria e Topologia

### Organização

- João Faria Martins,  
Universidade Nova de Lisboa  
Centro de Matemática e Aplicações da Universidade Nova de Lisboa

#### 8.4.1 Sessão Temática - Geometria e Topologia (Primeira Sessão)

[Segunda-feira (14 Julho), 11:00 – 12:30; sala 1.17]

- Ana Cristina Ferreira, Universidade do Minho - Centro de Matemática
  - The classification of naturally reductive homogeneous spaces in dimensions  $n \leq 6$
- Rui Albuquerque, Universidade de Évora e Università di Torino
  - Da geometria dos fibrados vectoriais com simetria rotacional
- Margarida Melo, Universidade de Coimbra - CMUC
  - Autoduality and Fourier - Mukai for compactified Jacobians

#### 8.4.2 Sessão Temática - Geometria e Topologia (Segunda Sessão)

[Quarta-feira (16 Julho), 9:00 – 9:30; sala 1.17]

- Jaime Gaspar, Universitat Rovira i Virgili e CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Topological models of intuitionistic logic

#### 8.4.3 Sessão Temática - Geometria e Topologia (Terceira Sessão)

[Quarta-feira (16 Julho), 13:30 – 15:00; sala 1.16]

- Ana Cristina Casimiro, Universidade Nova de Lisboa
  - Topology of moduli spaces of free group representations in reductive groups
- Roger Francis Picken, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa
  - Moduli spaces in higher gauge theory
- John Huerta, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa
  - $G_2$  and the rolling ball



## **8.5 Sessão Temática - História da Matemática**

### **Organização**

- Bernardo Mota,  
Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa

### **8.5.1 Sessão Temática - História da Matemática - (Primeira Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 11:00 – 12:30; sala 1.17]**

- Jorge Nuno Silva, Universidade de Lisboa - CIUHCT
  - O Livro de Jogos de Afonso X, o Sábio
- Carlota Simões, Universidade de Coimbra - CFC/MC
  - Pedro Nunes e a coroação de D. Sebastião
- Nuno Castel - Branco, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa
  - O início da mecânica teórica em Portugal e o Tratado da Estática (1645) de Heinrich Uwens

### **8.5.2 Sessão Temática - História da Matemática (Segunda Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 13:30 – 15:00; sala 1.17]**

- António Costa Canas, Museu de Marinha - CINAV - CIUHCT
  - Longitude - Uma revolução na ciência náutica
- Maria Elisabete Barbosa Ferreira, Agrupamento de Escolas de Lousada Norte
  - Teoria(s) de proporções em Portugal na primeira metade do século XVIII
- Reinhard Kahle, Universidade Nova de Lisboa - CENTRIA
  - O fim da Grundlagenkrise

## **8.6 Sessão Temática - Lógica e Computação**

### **Organização**

- Fernando Ferreira,  
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa,  
Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais

### **8.6.1 Sessão Temática - Lógica e Computação (Primeira Sessão)**

**[Terça feira (15 Julho), 9:30 – 10:30; sala 1.16]**

- Isabel Oitavem, Universidade Nova de Lisboa - CMAF
  - Towards recursion schemata for the probabilistic class PP
- Daniel S. Graça, Universidade do Algarve - SQIG/Instituto de Telecomunicações
  - Computing the asymptotic behavior of dynamical systems

### **8.6.2 Sessão Temática - Lógica e Computação (Segunda Sessão)**

**[Quarta feira (16 Julho), 9:30 – 10:30; sala 1.16]**

- Gonçalo Santos, Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa
  - Potential Collections
- Luca Prelli, Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais
  - O-minimality and sheaf cohomology

## 8.7 Sessão Temática - Matemática nas Ciências e Tecnologia

### Organização

- Isabel N. Figueiredo  
Universidade de Coimbra

#### 8.7.1 Sessão Temática - Matemática nas Ciências e Tecnologia (Primeira Sessão)

[Segunda-feira (14 Julho), 16:30 – 18:00; sala 2.1]

- Gabriela Gomes, Instituto Gulbenkian de Ciências
  - Unfolding Infectious Disease Studies
- Paulo Fernandes, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa - IDMEC
  - Topology Optimization of Scaffolds for bone tissue engineering
- João Manuel Tavares, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
  - Análise de Imagens Biomédicas por Métodos Computacionais

#### 8.7.2 Sessão Temática - Matemática nas Ciências e Tecnologia (Segunda Sessão)

[Terça-feira (15 Julho), 9:00 – 10:30; sala 2.5]

- Paula Oliveira, Universidade de Coimbra
  - *In vitro, in silico, in vivo*: para uma farmacologia inteligente
- Juha Videman, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa - CAMGSD
  - Interacção das ondas com estruturas flutuantes
- João Gouveia, Universidade de Coimbra
  - Dois problemas sobre carregamento de veículos eléctricos

#### 8.7.3 Sessão Temática - Matemática nas Ciências e Tecnologia (Terceira Sessão)

[Quarta-feira (16 Julho), 9:00 – 10:30; sala 2.4]

- Fábio Chalub, Universidade Nova de Lisboa - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Estratégias de Vacinação em Epidemias Sazonais
- Raquel Barreira, Instituto Politécnico de Setúbal
  - Aproximação numérica de equações com derivadas parciais, não lineares, em superfícies
- João Fernandes, Universidade de Coimbra - CGUC
  - Métodos matemáticos aplicados à Astronomia e Astrofísica

#### **8.7.4 Sessão Temática - Matemática nas Ciências e Tecnologia (Quarta Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 11:00 – 12:30; sala 2.4]**

- Olivier Pellegrino, Laboratório Nacional de Metrologia
  - Aspetos dos algarismos significativos em metrologia
- Jaime Gaspar, Universitat Rovira i Virgili - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - Short introductions by example to Coq and provable security
- Maria Filomena Teodoro, Instituto Politécnico de Setúbal
  - Análise Empírica da qualidade do ar no Barreiro

## **8.8 Sessão Temática - Otimização e Investigação Operacional**

### **Organização**

- Jorge Orestes,  
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa  
Centro de Matemática e Aplicações da FCT/Universidade Nova de Lisboa

### **8.8.1 Sessão Temática - Otimização e Investigação Operacional (Primeira Sessão)**

**[Terça-feira (15 Julho), 15:30 – 17:00; sala 2.1]**

- Margarida Vaz Pato, CIO e ISEG, Universidade de Lisboa
  - Metodologias de Investigação Operacional aplicadas a planeamento agrícola: dois casos de estudo
- Miguel Constantino, CIO - Faculdade de Ciências - Universidade de Lisboa
  - Maximização do Número de Transplantes Renais com Programação Inteira
- Isabel Martins, CIO - Instituto Superior de Agronomia
  - Uma decomposição e uma matheurística para problemas de gestão florestal com restrições nas áreas das clareiras

### **8.8.2 Sessão Temática - Otimização e Investigação Operacional (Segunda Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 9:00 – 10:30; sala 2.1]**

- Luís Merca Fernandes, Instituto Politécnico de Tomar and Instituto de Telecomunicações
  - Problema de Complementaridade de Valores Próprios: Aplicações e Algoritmos
- Ricardo Lima, Laboratório Nacional de Energia e Geologia
  - Otimização robusta adaptativa aplicada a um produtor de eletricidade em ambiente de mercado
- Ana Luisa Custódio, Universidade Nova de Lisboa - CMA/FCT/Universidade Nova de Lisboa
  - GLODS: Um novo algoritmo para procura directa local e global

## 8.9 Sessão Temática: Probabilidades e Estatística

### Organização

- Maria Antónia Turkman,  
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa  
Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa

### 8.9.1 Sessão Temática - Probabilidades e Estatística (Primeira Sessão: Métodos Bayesianos não paramétricos)

[Terça-feira (15 Julho), 9:00 – 10:30; sala 1.17]

- Sandra Ramos, CEAUniversidade de Lisboa e Instituto Politécnico do Porto
  - Abordagem bayesiana não paramétrica do problema de triagem
- Maria João Polidoro, Instituto Politécnico do Porto
  - Abordagem bayesiana não paramétrica para o estudo da adequação de modelos
- Nuno Sepúlveda, CEAUniversidade de Lisboa e London School of Hygiene and Tropical Medicine
  - A Bayesian semi - parametric approach for the analysis of T - cell receptor diversity

### 8.9.2 Sessão Temática - Probabilidades e Estatística (Segunda Sessão: Modelos Bayesianos e software)

[Terça-feira (15 Julho), 15:30 – 17:00; sala 1.17]

- Isabel Pereira, Universidade de Aveiro - CIDMA
  - Seleção bayesiana de modelos - aplicação a séries de contagem
- Patrícia de Zea Bermudez, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - CEA - Universidade de Lisboa
  - Parameter Estimation of Bilinear Processes using using Approximate bayesian computation (ABC)
- Paulo Soares, CEA - Universidade de Lisboa e Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa
  - Um breve passeio pelo campo computacional bayesiano

## **8.10 Sessão Temática - Sistemas Dinâmicos**

### **Organização**

- Mário Bessa,  
Universidade da Beira Interior  
Centro de Matemática e Aplicações da UBI

### **8.10.1 Sessão Temática - Sistemas Dinâmicos (Primeira Sessão)**

**[Terça-feira (15 Julho), 15:30 – 17:00; sala 2.4]**

- Alexandre Rodrigues, Centro de Matemática da Universidade do Porto
  - Dinâmica caótica perto de uma rede homoclínica associada a um bifoco
- José Pedro Gaivão, ISEG - Universidade de Lisboa - CEMAPRE
  - Bilhares duais contractivos
- António Bento, Universidade da Beira Interior
  - Variedades invariantes de EDOs não - autónomas

### **8.10.2 Sessão Temática - Sistemas Dinâmicos (Segunda Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 11:00 – 12:30; sala 1.16]**

- Juliana Pimentel, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa
  - Non - compact global attractors for a class of non - dissipative systems
- Sandra Vaz, Universidade da Beira Interior
  - Estabilidade do sombreamento fraco em difeomorfismos que preservam o volume
- Maria Joana Torres, Universidade do Minho - CMAT
  - Estabilidade de Hamiltonianos

## **8.11 Sessão Temática - Alunos de Doutoramento**

### **Organização**

- Hugo Tavares,  
Instituto Superior Técnico

### **8.11.1 Sessão Temática - Alunos de Doutoramento (Primeira Sessão)**

**[Segunda-feira (14 Julho), 16:30 – 18:00; sala 1.17]**

- Rita Pimentel, Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa
  - Investimento aleatório no transporte ferroviário de alta velocidade
- Ronald Zúñiga Rojas, Universidade do Porto
  - Grupos de Homotopia dos Espaços Moduli dos Fibrados de Higgs
- Jahed Naghipoor, Universidade de Coimbra
  - Non - Fickian Models for Biodegradable Drug Eluting Stents

### **8.11.2 Sessão Temática - Alunos de Doutoramento (Segunda Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 9:00 – 10:30; sala 2.5]**

- Narciso Gomes, Universidade de Aveiro
  - Compressive - sensing para átomos de Fourier não - lineares
- Sinan Eden, Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa
  - Symplectomorphism groups of some 4 - manifolds
- Gonçalo Morais, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
  - Da Sincronização à Sincronização Generalizada

### **8.11.3 Sessão Temática - Alunos de Doutoramento (Terceira Sessão)**

**[Quarta-feira (16 Julho), 13:30 – 15:00; sala 2.4]**

- Manuel Biscaia, SQIG, Instituto de Telecomunicações, IST
  - Verificação de Cadeias de Markov: uma conexão surpreendente com Teoria de Números
- Maria Astudillo Rojas, Universidade de Coimbra
  - Limites assintóticos para a equação duplamente não linear
- Eliana de Castro, Centro de Álgebra da Universidade de Lisboa
  - A construção dos grupos de ordem livre de potências quartas



## THE RANDOM GRAPH

*Peter J. Cameron*

University of St Andrews;  
Queen Mary University of London (Emeritus).  
e-mail: `pjc20@st-andrews.ac.uk`

**Resumo:** If you choose a random finite graph (choosing edges by tossing a coin), then every graph can occur with small non-zero probability, and in fact the more symmetric a graph, the lower its probability of occurrence. Erdős and Rényi showed that it is very different for (countably) infinite graphs: there is one particular graph which occurs with probability 1. This graph has a huge amount of symmetry, and many beautiful properties (related to model theory, Ramsey theory, number theory, set theory and topological dynamics, among other things), some of which I will discuss in the talk.

**palavras-chave:** Random graph; Baire category; Urysohn space; automorphisms; extremely amenable groups; Ramsey classes; cyclic shift.

## Referências

- [1] Peter J. Cameron, *The random graph*, in The Mathematics of Paul Erdős, ed. Ronald L. Graham, Jaroslav Nešetřil and Steve Butler, Springer, 2013, pp. 353-378
- [2] A. S. Kechris, V. G. Pestov and S. Todorcevic (2005), “Fraïssé limits, Ramsey theory, and topological dynamics of automorphism groups”, *Geom. Funct. Anal.*, Vol. 015, No. 01 (2014), pp. 106-189.
- [3] A. M. Vershik (1998), “The universal Urysohn space, Gromov metric triples and random metrics on the natural numbers (translation from Usp. Mat. Nauk. 53, 57-64)”, *Russ. Math. Surv.*, Vol. 53, pp. 921-928.

## REPRESENTING POLYTOPES: THE YANNAKAKIS THEOREM

*João Gouveia*

Centro de Matemática da Universidade de Coimbra

e-mail: [jgouveia@mat.uc.pt](mailto:jgouveia@mat.uc.pt)

**Resumo:** In combinatorial optimization, efficiently representing polytopes as projections of simpler objects is a very useful tool. In 1991, a landmark result from Yannakakis revealed a surprising connection between the existence of such representations and nonnegative matrix factorizations. This area has seen a renewed interest in recent years and in this talk we will give a general survey of the area and highlight some of the exciting new developments it has experienced.

**palavras-chave:** polytopes; extension complexity; nonnegative rank; combinatorial optimization.

## HIGHER K-THEORY VIA UNIVERSAL INVARIANTS

*Gonçalo Tabuada*

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Centro de Matemática e Aplicações da UNL  
Massachusetts Institute of Technology, USA  
e-mail: `tabuada@fct.unl.pt`

**Resumo:** In the fifties, Grothendieck introduced a very simple and elegant construction, the Grothendieck group  $K_0$ , in order to formulate a far reaching generalization of the Riemann-Roch theorem. Later, through revolutionary topological techniques, Quillen extended the Grothendieck group to a whole family of higher K-theory groups  $K_n$ . However, in contrast with  $K_0$ , these higher K-theory groups remained rather mysterious. In this talk I will explain how to bridge this gap.

**palavras-chave:** Algebraic K-theory; Homotopical algebra.

## THE KEYS TO YOUTH ENGAGEMENT IN MATH: UNLOCKING STEM

*Christopher Emdin*

Columbia University, NYC, USA

e-mail: [info@chrisemdin.com](mailto:info@chrisemdin.com)

**Abstract:** This lecture introduces ways that youth make sense of mathematics in the context of STEM (science technology, engineering and mathematics). More importantly, it deconstructs engagement in math, what it means, and ways for educators to develop mathematical engagement through a focus on arts, culture, and STEM.

## PÚBLICO ALVO

*Sara Santos*

Maths Busking

e-mail: [sara@mathsbusking.com](mailto:sara@mathsbusking.com)

**Resumo:** Como escolher entre fazer uma palestra, uma demonstração ou usar entretenimento numa apresentação de matemática?

Criadora de Maths Busking, uma iniciativa que divulga matemática usando teatro de rua, Dra Sara Santos faz um apanhado de vários modos de comunicar matemática tendo como ponto de partida o público alvo. O nível de envolvimento emocional é a principal variável.

Aviso: partes da apresentação contêm matemática.

## LOOPS WITH COMMUTING INNER MAPPINGS AND AUTOMATED DEDUCTION

*Michael Kinyon*

University of Denver and Universidade Alberta  
e-mail: `mkinyon@math.du.edu`

### **Resumo:**

In the past 15 years, automated deduction tools such as PROVER9 and finite model builders such as MACE4 have increasingly played an important role in finding new results in loop theory. A *loop* is a quasigroup with an identity element, that is, it is a set  $Q$  with a binary operation  $\cdot$  such that for each  $a, b \in Q$ , the equations  $a \cdot x = b$  and  $y \cdot a = b$  have unique solutions  $x, y \in Q$ . (Besides groups, probably the class of loops best known to people outside the field are Moufang loops.)

In this talk, I will focus on a major automated deduction project in loop theory which is pushing all the available software to its limits: the AIM project (AIM = Abelian Inner Mappings). The problem is to find the correct loop theoretic generalization of the classical group theory fact that a group is nilpotent of class at most 2 if and only if its inner automorphism group is abelian. Progress toward the main conjectures in the loop setting has been slow but substantial, and I will concentrate on recent work. No background in either loop theory or automated deduction will be assumed of the audience.

**palavras-chave:** Loops, automated reasoning.

## A TRIBUTE TO THE CENTER OF ALGEBRA

*Wolfram Bentz*

Center of Algebra, University of Lisbon  
e-mail: `wfbentz@fc.ul.pt`

**Resumo:** In 2011, I arrived in Lisbon to embark upon a Marie Curie Fellowship at the Center of Algebra, University of Lisbon. What I found was an inspirational place that encouraged me to expand my research into new areas, which I had never thought of taking on before my arrival.

The upcoming end of my fellowship is more or less coinciding with the end of the Center of Algebra itself, which will merge into a new unit as part of a reorganization effort. While the great work of CAUL will continue under its new management structure, it is fitting at this time to pay tribute to a successful institution.

In my presentation, I will give an overview on my work of the previous years as an illustration to the great innovation and diversity of research accomplished at CAUL.

Among the result we will present are methods to recognize almost synchronizing groups, a general obstacle condition to dualizability, a result about the rank of the transformation semigroups stabilizing a given partition, the determinations of clique numbers and diameters in commuting graphs, a result about the structure of the lattice of interpretability types, an example of a chain of non-unary algebras that are alternating between dualizable and non-dualizable, and results about symmetries in the endomorphism monoid of circulant digraphs.

**palavras-chave:** Semigroup Theory; Combinatoris; Universal Algebra; Independence Algebras; Permutation Groups; Commuting Graphs, Duality Theory; Automata; Theoretical Computer Science.

## Referências

- [1] J. Araújo, W. Bentz e P. J. Cameron, “Groups Synchronizing a Transformation of Non-Uniform Kernel”, *Theoretical Computer Science*, Vol. 498 (2014), pp. 1-9.
- [2] J. Araújo, W. Bentz, E. Dobson, J. Konieczny e J. Morris, “Automorphism Groups of Circulant Digraphs with Applications to Semigroup Theory”, under review.

- [3] J. Araújo, W. Bentz e J. Konieczny, “The Largest Subsemilattices of the Endomorphism Monoid of an Independence Algebra”, *Linear Algebra and Its Applications*, to appear.
- [4] J. Araújo, W. Bentz e J. Konieczny, “The Commuting Graph of the Symmetric Inverse Semigroup”, *Israel Journal of Mathematics*, to appear.
- [5] J. Araújo, W. Bentz, J. D. Mitchell e C. Schneider, “The Rank of the Semigroup of Transformations Stabilizing a Partition of a Finite Set”, under review.
- [6] W. Bentz, B. A. Davey, J. G. Pitkethly e R. Willard, “Dualizability of Automatic Algebras”, *Journal of Pure and Applied Algebra*, Vol. 218 (2014), pp. 1324-1345.
- [7] W. Bentz e P. Mayr, “Supernilpotence Prevents Dualizability”, *Journal of the Australian Mathematical Society*, Vol. 96,(2014), pp. 1-24.
- [8] W. Bentz e L. Sequeira, “Taylor’s Modularity Conjecture Holds for Linear Idempotent Varieties”, *Algebra Universalis*, Vol. 71 (2014), pp. 101-107.



## INTERACTIONS BETWEEN GROUPS AND SEMIGROUPS

Jorge André

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa  
 e-mail: [jmla@fct.unl.pt](mailto:jmla@fct.unl.pt)

**Resumo:** In semigroup theory one of the major goals is certainly to see how the group of units shapes the structure of the semigroup. This topic has been attracting the attention of many mathematicians such as J. Araújo, W. Bentz, P. Cameron, J. Fountain, A. Garrão, I. Levi, D. McAlister, R. McFadden, P. Medeiros, J. Mitchell, M. Neuhoﬀer, P. Neumann, J. Saxl, C. Schneider, B. Steinberg, and many others. The general goal is to classify the pairs  $(a, G)$ , where  $a$  is a non-invertible transformation and  $G$  is a group of permutations, such that the semigroup  $\langle G, a \rangle$  has a given property  $P$ , for example is regular or idempotent generated.

Let  $(a, G)$  be a pair as above. We say that  $(a, G)$  is an  $S_n$ -pair if

$$\langle G, a \rangle \setminus G = \langle S_n, a \rangle \setminus S_n.$$

The importance of classifying the  $S_n$ -pairs comes from the fact that almost everything is known about the semigroups  $\langle S_n, a \rangle \setminus S_n$ . Therefore, the classification of the  $S_n$ -pairs gives for free, so to speak, almost everything about the semigroup  $\langle G, a \rangle$ . In this talk we are going to give a characterization of the  $S_n$ -pairs and show how that was used to find an interesting new class of permutation groups.

This is a joint work with João Araújo and Peter J. Cameron.

## Referências

- [1] J. Araújo, J. D. Mitchell and C. Schneider, *Groups that together with any transformation generate regular semigroup or idempotent generated semigroups*, *Journal of Algebra*, Vol. 343, No. 1 (2011), pp. 93-106.
- [2] Peter J. Cameron, *Permutation groups*, Vol. 45, London Mathematical Society Student texts, Cambridge University Press, 1999.
- [3] The GAP Group. GAP - Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.6.2, 2013. <http://www.gap-system.org>
- [4] Jonh M. Howie, *Fundamentals of semigroup theory*, volume 12, The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1995.

- [5] I. Levi, D.B. McAlister, and R. B. McFadden, *Groups associated with finite transformation semigroups*, *Semigroup Forum*, Vol. 61, No. 3 (2000), pp. 453-467.
- [6] D.B. McAlister, *Semigroups generated by a group and an idempotent*, *Comm. Algebra*, Vol. 26, No. 2 (1998), pp. 515-547.
- [7] J. Araújo, P. Cameron, *Two Generalizations of Homogeneity in Groups with Applications to Regular Semigroups*, *Transactions of the American Mathematical Society*, to publish.
- [8] J. Araújo, P. Cameron, *Permutation groups and transformation semigroups: results and problems*, to appear *Groups St Andrews*.
- [9] J. Araújo, P. Cameron, *Primitive Groups Synchronize Non-uniform Maps of Extreme Ranks*, *Comm. Algebra*, Series B, No. 106 (2014), pp. 98-114.
- [10] J. Araújo, P. Cameron, and W. Bentz, *Groups Synchronizing a Transformation of Non-Uniform Kernel*, *Theoret. Comput. Sci*, No. 498 (2013), pp. 1-9.

## LEXICOGRAPHICAL COMBINATORIAL GENERATION AND GRAY CODES FOR NONCROSSING AND NONNESTING SET PARTITIONS OF CLASSICAL TYPE

*Ricardo Mamede, Alessandro Conflitti*

CMUC - Universidade de Coimbra

e-mail: `mamede@mat.uc.pt`

`conflitt@mat.uc.pt`

**Resumo:** A Gray code is a listing structure for a set of combinatorial objects such that some consistent (usually minimal) change property is maintained throughout adjacent elements in the list. I shall present combinatorial Gray codes and explicit designs of efficient algorithms for lexicographical combinatorial generation of the sets of noncrossing and nonnesting set partitions of length  $n$  for all classical types.

**palavras-chave:** Gray code; noncrossing partitions; nonnesting partitions.

## Referências

- [1] Drew Armstrong, *Generalized Noncrossing Partitions and Combinatorics of Coxeter Groups*, Memoirs of the American Mathematical Society, Vol. 202, No. 949, 2006.
- [2] Clemens Huemer, Ferran Hurtado, Marc Noy, Elsa Omana-Pulido, “Gray codes for non-crossing partitions and dissections of a convex polygon”, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 157, No. 7 (2009), pp. 1509-1520.

## PROOFS OF $1 + 2 + \cdots + n = n(n + 1)/2$

*Jaime Gaspar*

Universitat Rovira i Virgili, Department of Computer Engineering and Mathematics, Av. Països Catalans 26, E-43007 Tarragona, Catalonia, [jaime.gaspar@urv.cat](mailto:jaime.gaspar@urv.cat) [affiliation disputable]. Centro de Matemática e Aplicações (CMA), FCT, UNL. Financially supported by the Martí Franquès Research Fellowship Programme grant number 2013PMF-PIPF-24 of the Universitat Rovira i Virgili.

**Resumo:** It is said that when Gauss was in primary school, his teacher asked him to add  $1 + 2 + \cdots + 100$ , and Gauss quickly answered  $50 \times 101 = 5050$ , by realising that  $1 + 2 + \cdots + 100$  is the sum of the 50 terms  $1 + 100, 2 + 99, \dots, 50 + 51$ , all equal to 101. Gauss’s realisation gives rise to the nowadays well-known formula  $1 + 2 + \cdots + n = n(n + 1)/2$ , which has many proofs.

In this talk we present some of the cutest proofs of Gauss’s formula (and, when the proof allows it, a generalisation of Gauss’s formula). For example, proofs by

- calculating the area of certain trapezoids;
- polynomial interpolation (and a generalisation to a formula for  $1^p + 2^p + \cdots + n^p$ );
- calculus of finite differences (and a generalisation to a formula for  $1^p + 2^p + \cdots + n^p$ );
- counting the number of subsets of cardinality 2 of  $\{0, 1, \dots, n\}$  (and a generalisation to a formula for  $\binom{1}{p} + \binom{2}{p} + \cdots + \binom{n}{p}$ ).

We keep this talk short, simple and sweet.

**Palavras-chave:** triangular number; triangle number.

## PROBLEMAS RAMSEY EM COMBINATÓRIA DE PALAVRAS

*Manuel Silva*

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

e-mail: `mnas@fct.unl.pt`

### **Resumo:**

Uma propriedade válida para qualquer palavra infinita num alfabeto finito diz-se Ramsey. Iremos dar exemplos de propriedades Ramsey no contexto da Combinatória de Palavras. Pretendemos ainda discutir conexões com a Teoria de Ramsey clássica e com a Teoria Aditiva dos Números.

## THE GAP STRUCTURE OF A FAMILY OF INTEGER SUBSETS

*André Bernardino (Joint work with Rui Pacheco and Manuel Silva)*

Centro de Matemática e Aplicações, Universidade da Beira Interior  
e-mail: and\_bernardino@hotmail.com

**Abstract:** In this talk we intend to investigate the gap structure of a certain family of subsets of  $\mathbb{N}$  which produces counterexamples both to the “density versio” and the “canonical version” of Brown’s lemma. This family includes the members of all complementing pairs of  $\mathbb{N}$ . We will also relate the asymptotical gap structure of subsets of  $\mathbb{N}$  with their density and investigate the asymptotical gap structure of monochromatic and rainbow sets with respect to arbitrary infinite colorings of  $\mathbb{N}$ .

**Keywords:** piecewise syndetic; complementing pairs; Brown’s lemma; Ramsey theory.

## Referências

- [1] A. Bernardino, R. Pacheco and M. Silva, “The Gap Structure of a Family of Integer Subsets”, *Electronic Journal of Combinatorics*, Vol. 21, Issue 01 (2014), P1.47.

## STANDARD COMPOSITION ALGEBRAS OF TYPE II

*P. D. Beites, A. P. Nicolás*

CMA-UBI, Universidade da Beira Interior, Portugal

IMUVa, Universidad de Valladolid, España

e-mail: [pbeites@ubi.pt](mailto:pbeites@ubi.pt)

[anicolas@maf.uva.es](mailto:anicolas@maf.uva.es)

**Abstract:** Among composition algebras, the well known ones are those with identity (so, finite dimensional, [2]), that is, Hurwitz algebras. These over a field of characteristic different from 2, by the generalized Hurwitz Theorem in [5], are isomorphic either to the base field, a separable quadratic extension of the base field, a generalized quaternion algebra or a generalized Cayley algebra.

A very complete study on composition algebras without identity, but satisfying an additional condition (either the associativeness of the norm, or the flexible identity, or a Moufang identity, or the third power associativeness, or the third and fourth powers associativeness, or degree two), has been presented in works due to Cuenca-Mira, Elduque, Myung, Okubo, Osborn, Pérez-Izquierdo and Sánchez-Campos. All the details can be found in [3] and references therein.

In this communication, over a field of characteristic different from two, we consider the standard composition algebras of type II associated to the Hurwitz algebras  $\mathbb{H}$  (quaternion algebra) and  $\mathbb{O}$  (octonion algebra). We focus on some identities satisfied by the former algebras and, concretely for the ones of level 2, we apply the random vectors method. See, for instance, [4] for more details about the mentioned process that involves Computational Linear Algebra on matrices.

Afterwards, we analyze if the obtained identities characterize the standard composition algebras of type II. On the one hand, we see that the level 2 identity that implies all level 2 identities of the standard composition algebra of type II associated to  $\mathbb{H}$ , as well as the corresponding one associated to  $\mathbb{O}$ , cannot accomplish that purpose. On the other hand, we conclude that if  $A$  is a composition algebra of arbitrary dimension, over a field of characteristic different from 2, that satisfies the identity  $x^2y = n(x)y$ , then  $A$  is standard of type II.

**keywords:** Hurwitz algebra; identity; standard composition algebra of type II.

## Agradecimentos

A investigação do primeiro autor decorreu no âmbito das atividades do Centro de Matemática e Aplicações da Universidade da Beira Interior, sendo financiada pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (Portugal), projeto PEst-OE/MAT/UI0212/2011. O segundo autor foi financiado pelo Ministerio de Educación y Ciencia (España), projeto MTM2010-18370-C04-01. Ambos os autores agradecem ainda ao professor Alberto Elduque (Universidad de Zaragoza, España) pelas suas valiosas e determinantes sugestões no decurso do trabalho [6] associado a esta comunicação.

## Referências

- [1] A. Elduque e J. M. Pérez-Izquierdo, “Composition algebras with large derivation algebras”, *J. Algebra*, Vol. 190, No. 2 (1997), pp. 372–404.
- [2] I. Kaplansky, “Infinite-dimensional quadratic forms admitting composition”, *Proc. Amer. Math. Soc.*, Vol. 4, No. 6 (1953), pp. 956–960.
- [3] J. A. Cuenca-Mira e E. Sánchez-Campos, “Composition algebras satisfying certain identities”, *J. Algebra*, Vol. 306, No. 2 (2006), pp. 634–644.
- [4] M. Bremner e I. Hentzel, “Identities for the Associator in Alternative Algebras”, *J. Symbolic Comput.*, Vol. 33, No. 3 (2002), pp. 255–273.
- [5] N. Jacobson, “Composition algebras and their automorphisms”, *Rend. Circ. Mat. Palermo*, Vol. 7, No. 1 (1958), pp. 55–80.
- [6] P. D. Beites e A. P. Nicolás, “Standard composition algebras of types II and III”, (2014), submetido para publicação.



## Sets of Parter Vertices which are Parter Sets

*Rosário Fernandes*

CELC / FCT-UNL

e-mail: mrff@fct.unl.pt

Henrique F. da Cruz (jointed work)

**Resumo:** Let  $G = (X, U)$  be a tree (connected graph without cycles), with  $n$  vertices  $x_1, \dots, x_n$ . Let  $A = [a_{i,j}]$  be a real symmetric matrix associated with  $G$ , that is,  $a_{ij} \neq 0$ , with  $i \neq j$ , if and only if there is an edge between  $x_i$  and  $x_j$ .

If  $1 \leq i \leq n$ , then we denote the principal matrix of  $A$  resulting from deletion of row and column  $i$  by  $A(i)$ . Note that  $A(i)$  is a direct sum whose summands we call blocks and correspond to components of  $G - x_i$ . We denote the multiplicity of  $\lambda \in \mathbb{R}$  as an eigenvalue of  $A$  by  $m_A(\lambda)$ .

If  $m_A(\lambda) \geq 1$ , then the generalization of Parter-Wiener theorem guarantees the existence of a vertex  $x_i$  of  $G$  for which  $m_{A(i)}(\lambda) = m_A(\lambda) + 1$ . The vertices of the tree whose removal give rise to these principal submatrices are called weak Parter vertices and with some additional conditions are called Parter vertices. A set of  $k$  Parter vertices whose removal increase the multiplicity of  $\lambda$  by  $k$  is called Parter set. As observed by several authors a set of Parter vertices is not necessarily a Parter set.

In this talk we show when a set of Parter vertices is a Parter set.

**palavras-chave:** Parter vertices; Parter set; eigenvalues.

## Referências

- [1] R. Fernandes, H.F. da Cruz, “Sets of Parter Vertices which are Parter Sets”, *Linear Algebra and its Applications*, Vol.448, (2014), pp. 37-54.

## CARATERIZAÇÃO DE POLINÓMIOS E ESPAÇOS DE SOBOLEV DE ORDEM SUPERIOR EM TERMOS DE FUNCIONAIS NÃO LOCAIS ENVOLVENDO RAZÕES INCREMENTAIS

Rita Ferreira<sup>1</sup>, Carolin Kreisbeck<sup>2</sup>, Ana Margarida Ribeiro<sup>3</sup>

Instituição <sup>1</sup> Dep. Matemática, Instituto Superior Técnico e  
Centro de Matemática e Aplicações, Faculdade de Ciências e  
Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

<sup>2</sup> Weierstraß-Institut e Fakultät für Mathematik, Universität  
Regensburg

<sup>3</sup> Centro de Matemática e Aplicações e Dep. Matemática,  
Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

e-mail: <sup>1</sup>rgferreira@math.ist.utl.pt, ragf@fct.unl.pt

<sup>2</sup>Carolin.Kreisbeck@wias-berlin.de,  
Carolin.Kreisbeck@mathematik.uni-r.de

<sup>3</sup>amfr@fct.unl.pt

**Resumo:** Serão apresentadas novas caracterizações de espaços de Sobolev de ordem superior para conjuntos abertos arbitrários em termos de certos funcionais não locais envolvendo razões incrementais. Serão também discutidas condições suficientes na forma integral para garantir que uma função mensurável é polinomial. Os resultados apresentados constituem uma generalização natural ao caso da ordem superior dos resultados presentes em [2], e estendem o trabalho de Borghol [1] a um contexto mais geral.

**palavras-chave:** espaços de Sobolev de ordem superior; funcionais não locais.

## Referências

- [1] R. Borghol, “Some properties of Sobolev spaces”, *Asymptotic Analysis*, Vol.51, No. 00 (2007), pp. 303–318.
- [2] H. Brézis, “How to recognize constant functions. Connections with Sobolev spaces”, *Russian Mathematical Surveys*, Vol.57, No.4 (2002), pp. 693–708.

## REGULARIDADE LOCAL PARA UMA EDP DE EVOLUÇÃO DUPLAMENTE NÃO LINEAR

*Eurica Henriques, Rojbin Laleoglu*

UTAD, CM-UTAD

Quinta dos Prados

5000-801 Vila Real, Portugal

e-mail: [eurica@utad.pt](mailto:eurica@utad.pt)

[rojbinl@gmail.com](mailto:rojbinl@gmail.com)

**Resumo:** Neste trabalho apresentaremos um resultado de continuidade local para as soluções não negativas da EPD de evolução

$$\partial_t(u^q) - \nabla \cdot (|\nabla u|^{p-2} \nabla u) = 0, \quad 0 < q < 1, p > 2$$

que modela o escoamento turbulento de um fluido não Newtoniano através de um meio poroso.

**Abstract** In this work we present a result concerning the local continuity of the nonnegative solutions of the PDE

$$\partial_t(u^q) - \nabla \cdot (|\nabla u|^{p-2} \nabla u) = 0, \quad 0 < q < 1, p > 2$$

arising in the model of the turbulent filtration of a non-Newtonian fluid through a porous medium.

**palavras-chave:** Regularidade local; EDPs singulares; EDPs degeneradas; Geometria intrínseca.

**keywords:** Local regularity, Singular PDEs; Degenerate PDEs; Intrinsic Geometry.

## APLICAÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTROLO A UMA ESTENOSE IDEALIZADA

*Telma Guerra,*

Escola Superior de Tecnologia do Barreiro (IPS)  
Rua Américo da Silva Marinho  
2839-001 Lavradio, Portugal  
e-mail: [telma.guerra@estbarreiro.ips.pt](mailto:telma.guerra@estbarreiro.ips.pt)

*Jorge Tiago*

Instituto Superior Técnico (UL)  
Avenida Rovisco Pais 1049-001 Lisboa, Portugal  
e-mail: [jftiago@math.ist.utl.pt](mailto:jftiago@math.ist.utl.pt)

**Resumo:** As simulações numéricas de fluidos, e em particular aplicadas à circulação do sangue, aliadas ao avanço nas técnicas de imagiologia, constituem uma poderosa ferramenta na prevenção de doenças e eventualmente no seu tratamento. A introdução de dados médicos reais nas simulações vem torná-las mais realistas e mais precisas do ponto de vista das aplicações. Este procedimento em que se inclui dados conhecidos nas simulações tem o nome de Assimilação de Dados (DA). Neste caso consideramos dados gerados artificialmente através da resolução das equações que modelam o fluido. Apresentamos um funcional de custo diferente do habitual, em que se considera um termo contendo a componente tangencial da tensão na parede da geometria usada (WSS).

**palavras-chave:** Controlo óptimo; Hemodinâmica, Equações de Navier-Stokes generalizadas.

## Referências

- [1] M. D’Élia, M. Perego, A. Veneziani, “A Variational Data Assimilation Procedure for the Incompressible Navier-Stokes Equations in Hemodynamics”, *J. of Sci. Comp.*, Vol. 52(2), (2012), pp. 340-359.
- [2] T. Guerra, J. Tiago, A. Sequeira, “Optimal Control in Blood Flow Simulations”, *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 64, (2014), pp. 57-69.
- [3] T. Guerra, “Controle Óptimo de Fluidos Não Newtonianos”, Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal, 2014.

## SOBRE UM SISTEMA DE BENNEY COM TERMO ABSORVENTE

*Filipe Oliveira*

Departamento de Matemática, FCT-UNL  
e-mail: `fso@fct.unl.pt`

**Resumo:** Nesta breve comunicação passaremos em revista alguns resultados recentes relativos ao sistema de Benney

$$\begin{cases} iu_t + u_{xx} = a|u|^p u + uv \\ v_t + f(v)_x = (|u|^2)_x, \end{cases} \quad (1)$$

onde  $f(v) = -\gamma v^3$ ,  $-1 < p < +\infty$  e  $a, \gamma > 0$ .

Os sistemas de tipo Benney foram introduzidos nos anos setenta com o intuito de modelar a interação entre ondas curtas e ondas longas em meios dispersivos.

Recentemente, tem sido dada uma atenção crescente aos sistemas que apresentam termos absorventes da forma  $|u|^p u$ , com  $-1 < p < 0$ , por conduzirem, em certas condições, ao aparecimento de soluções localizadas. Estas soluções podem ser interpretadas como um colapso das funções de onda, soluções da equação de Schrödinger clássica, cujo suporte é tipicamente ilimitado.

Apresentaremos, dentro deste enquadramento, vários resultados relativos à boa colocação do sistema (1), bem como alguns teoremas de existência e estabilidade de ondas solitárias.

com João-Paulo Dias e Mário Figueira

**palavras-chave:** Sistemas dispersivos; ondas solitárias; boa colocação.

## Referências

- [1] Dias, João-Paulo; Figueira, Mário; Oliveira, Filipe; Existence and linearized stability of solitary waves for a quasilinear Benney system, eprint arXiv:1403.0199, 03/2014.

## REGULARITY THEORY FOR TIME DEPENDENT MEAN FIELD GAMES

*Edgard Pimentel*

Instituto Superior Técnico  
Department of Mathematics  
Av. Rovisco Pais 1  
1050-019 Lisboa, Portugal  
e-mail: [edgard.pimentel@tecnico.ulisboa.pt](mailto:edgard.pimentel@tecnico.ulisboa.pt)

**Abstract** We consider time dependent mean-field games (MFG) with a local power-like dependence on the measure and Hamiltonians satisfying both sub and superquadratic growth conditions. We establish existence of smooth solutions under a certain set of conditions depending both on the growth of the Hamiltonian as well as on the dimension. In the subquadratic case this is done by combining a Gagliardo-Nirenberg type of argument with a new class of polynomial estimates for solutions of the Fokker-Planck equation in terms of  $L^r L^P$ -norms of  $D_p H$ . These techniques do not apply to the superquadratic case. In this setting we recur to a delicate argument that combines the non-linear adjoint method with polynomial estimates for solutions of the Fokker-Planck equation in terms of  $L^\infty L^\infty$ -norms of  $D_p H$ . Concerning the subquadratic case, we substantially improve and extend the results previously obtained. Furthermore, to the best of our knowledge, the superquadratic case has not been addressed in the literature yet. In fact, it is likely that our estimates may also add to the current understanding of Hamilton-Jacobi equations with superquadratic Hamiltonians. Recent developments and perspectives conclude the talk. This is based on series of joint works with D. Gomes and H. Sanchez-Morgado.

**keywords:** Mean-field games, Hamilton-Jacobi equations, Fokker-Planck equations, classical solutions, a priori estimates

## MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA SISTEMAS DE EQUAÇÕES PARABÓLICAS NÃO LOCAIS COM FRONTEIRAS MÓVEIS

*R.M.P. Almeida, J.C.M. Duque and R.J. Robalo*

Universidade da Beira Interior, Faculdade de Ciências,  
Departamento de Matemática, Portugal  
e-mail: {ralmeida,jduque,rrobalo}@ubi.pt

**Resumo:** O objectivo deste trabalho é provar a convergência e obter estimativas do erro para aproximações totalmente discretas de sistemas não lineares com coeficiente de difusão não local com fronteiras móveis, utilizando o método dos elementos finitos de Galerkin com aproximações polinomiais de grau arbitrário e um método de Crank-Nicolson linearizado. Utiliza-se uma mudança de coordenadas para fixar a fronteira. No final são realizadas algumas simulações numéricas para testar a implementação do método em ambiente MATLAB e comparar os resultados com outro método existente.

**palavras-chave:** Sistemas parabólicos não lineares; coeficiente de difusão não local; convergência; simulação numérica.

## Referências

- [1] R. J. Robalo, R. M. Almeida, M. C. Coimbra, and J. Ferreira. A reaction-diffusion model for the nonlinear coupled system: existence, uniqueness, long time behavior and localization properties of solutions. *Applied Mathematical Modelling*, 2013. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2014.04.045>.
- [2] Jim Douglas, Jr. and Todd Dupont. Galerkin methods for parabolic equations. *SIAM J. Numer. Anal.*, 7:575–626, 1970.

## UMA INEQUAÇÃO QUASI-VARIACIONAL COM RESTRIÇÃO NO ROTACIONAL

*Fernando Miranda*

CMAT/DMA, Universidade do Minho

Portugal

e-mail: [fmiranda@math.uminho.pt](mailto:fmiranda@math.uminho.pt)

**Resumo:** Prova-se existência de solução fraca de uma inequação quasi-variacional evolutiva, envolvendo o operador  $\text{rot-}p$ , com restrição no rotacional, que depende, de forma não local, da própria solução.

É considerada uma família de problemas aproximados e usado um argumento de ponto fixo. Estimativas *a priori* para as soluções dos problemas aproximados permitem obter solução da inequação quasi-variacional, como limite fraco de uma sucessão dessas soluções.

O acoplamento entre a inequação quasi-variacional e uma equação do calor é apresentado como exemplo de dependência não local da restrição sobre o rotacional.

(Trabalho em colaboração com José Francisco Rodrigues e Lisa Santos)



## ESCOAMENTOS DE MANTOS DE GELO EM CLIMAS POLARES

*Hermenegildo Borges de Oliveira*

FCT - Universidade do Algarve, CMAF - Universidade de Lisboa

e-mail: holivei@ualg.pt, web: w3.ualg.pt/~holivei

**Resumo:** Neste trabalho derivamos um modelo tridimensional que descreve o escoamento de mantos de gelo em climas polares. A grande novidade, reside na consideração de um expoente de Glen que varia com a temperatura. No caso do problema isotrópico, apresentamos resultados de existência e unicidade de soluções. Provamos, também, algumas propriedades qualitativas das soluções com potencial aplicação em modelos de previsão climática.

**Abstract** A three-dimensional model that describes the flow of ice sheets in polar climates is derived in this work. The major novelty lies in considering a temperature-depending Glen’s exponent. In the case of the isotropic problem, we present results of existence and uniqueness of solutions. Some qualitative properties of the solutions with potential applications in climate prediction models are established as well.

**palavras-chave:** expoente de Glen variável; equação da espessura do gelo; equação da temperatura.

**keywords:** Variable Glen’s exponent, ice-thickness equation, temperature equation.

## 1 Introdução

Manto de gelo é a tradução da expressão inglesa *ice sheet* para designar extensões de gelo que cobrem superfícies da litosfera com mais de 50 000 Km<sup>2</sup>. Os mantos de gelo têm extensões laterais na ordem dos 10 000 Km e, hoje em dia, concentram-se principalmente na Antártica e em menor escala na Gronelândia. O deslocamento dos mantos de gelo deve-se ao seu próprio peso e faz-se por processos de arrastamento característicos do estado sólido, tais como o deslocamento na estrutura da rede cristalina do gelo. Neste tipo de rios de gelo, a espessura máxima varia entre 1 e 3 Km e o escoamento faz-se a velocidades na ordem dos 100 m por ano. Apesar do seu movimento lento e imutabilidade aparente, os mantos de gelo exibem vários fenómenos dinâmicos interessantes. A neve acumula-se nas terras altas, é comprimida em gelo e escoar sob a acção da força de gravidade. O gelo escoar a partir das zonas centrais, onde a espessura do manto de gelo é maior, para as margens que poderão estar em terra ou dentro de água. Neste último caso, poderão formar-se enormes placas de gelo que ao quebrarem dão origem aos icebergs. A base do manto de gelo está em contacto com a crosta terrestre e, devido ao calor por esta transmitido, o gelo pode fundir. Quando isto acontece, a água resultante lubrifica a interface entre o gelo e a crosta terrestre, o que provoca o deslize do manto de gelo. A dinâmica dos

## 2 ESCOAMENTOS DE MANTOS DE GELO EM CLIMAS POLARES

mantos de gelo é mantida através de um equilíbrio entre a acumulação no centro e a ablação nas margens. A acumulação ocorre principalmente por precipitação de neve e a ablação pode ocorrer tanto por meio de evaporação ou derretimento de gelo no clima mais quente da margem, ou por meio de quebra de icebergs. Muito importante para a manutenção dos mantos de gelo, são as temperaturas atmosféricas das regiões onde se encontram, que, no caso do interior da Antártica, é na ordem dos  $-60^{\circ}\text{C}$  de temperatura média anual, enquanto que as zonas costeiras têm uma temperatura média anual de cerca de  $-15^{\circ}\text{C}$ . No entanto, a temperatura típica de um manto de gelo, no seu interior profundo, poderá rondar os  $50^{\circ}\text{K} \simeq 223^{\circ}\text{C}$  (ver *e.g.* [5]).

## 2 As equações que governam o escoamento

Em Mecânica dos Fluidos, o gelo frio é modelado como um fluido não-newtoniano altamente viscoso, exotérmico, homogêneo e incompressível. As equações que governam o escoamento dos mantos de gelo resultam dos princípios básicos da Mecânica aplicados a um fluido geofísico (ver *e.g.* [2, 4]):

$$\text{Conservação da massa : } \operatorname{div} \mathbf{u} = 0; \quad (1)$$

$$\text{Conservação do momento linear : } \operatorname{div} \mathbf{T} = -\rho \mathbf{g}, \quad \mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mathbf{S}(\mathbf{D}), \quad (2)$$

$$\text{Conservação da energia: } \rho c \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta \right) = \operatorname{div} (k(\theta) \nabla \theta) + \operatorname{tr}(\mathbf{S}\mathbf{D}). \quad (3)$$

A notação usada nas equações (1)-(3) é bem conhecida: as incógnitas são o campo de velocidades  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ , a pressão  $p$  e a temperatura absoluta  $\theta$ ; a densidade  $\rho$  e o calor específicos  $c$  são constantes; e  $k$  é a função de condutividade térmica. O campo de forças externas  $\mathbf{g}$  deve-se à aceleração gravítica,  $\mathbf{I}$  é o tensor unitário,  $\mathbf{S}$  é a parte viscosa do tensor das tensões  $\mathbf{T}$  e  $\mathbf{D}$ , a parte simétrica de  $\nabla \mathbf{u}$ , é o tensor das velocidades de deformação. Os tensores  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{D}$  estão relacionados através da lei de Glen

$$\mathbf{D} = A(\theta) |\tau|^{n-1} \mathbf{S}, \quad \tau = \sqrt{II_{\mathbf{S}}}, \quad II_{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\mathbf{S}^2), \quad (4)$$

onde  $A(\theta)$  é dada pela lei de Arrhenius

$$A(\theta) = A_0 e^{-\frac{Q}{k\theta}}, \quad (5)$$

sendo  $Q$  a energia de activação,  $k$  a constante de Boltzman e  $A_0$  um parâmetro de normalização. A letra  $n$  designa-se por expoente de Glen e todos os trabalhos que consultamos consideram  $n$  constante, sendo  $n = 3$  o valor mais usado. No entanto, deve-se referir que resultados experimentais (ver *e.g.* [5]) têm mostrado alguma evidência de que  $n$  varia em função da temperatura. A novidade deste trabalho, consiste em considerarmos um expoente de Glen dependendo da temperatura

$$n = n(\theta). \quad (6)$$

### 3 Equações de campo

Consideremos um sistema cartesiano de coordenadas  $(x, y, z)$  habitual, onde o plano  $z = 0$  indica o nível médio do mar. Denotemos por  $z = h(x, y, t)$  a superfície livre que separa o manto de gelo da atmosfera e por  $z = b(x, y, t)$  a interface que separa a sua base da litosfera. As designadas equações de campo são derivadas fazendo uma análise comparativa das escalas das diferentes quantidades intervenientes nas equações (2)-(3). Esta análise permite-nos usar as aproximações hidrostática e do gelo raso (do inglês *shallow ice*), bem como inferir que as normais exteriores à superfície livre e à interface da base são aproximadamente verticais. Procedendo como em [1], obtemos, a partir de (2) e (4)-(6), a seguinte equação para a função  $H(x, y, t) = h(x, y, t) - b(x, y, t)$  que caracteriza a evolução da espessura do gelo

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla H = \operatorname{div} \left( \int_b^h \mathcal{A}(\theta)(h-z)^{n(\theta)+1} dz |\nabla h|^{n(\theta)-1} \nabla h \right) + a, \quad (7)$$

onde  $\mathbf{u}_b = (u_b, v_b)$  é a velocidade de deslize da base,  $\mathcal{A}(\theta) = 2(\rho g)^{n(\theta)} A(\theta)$  e  $a = a_h - a_b$  é a taxa de acumulação/ablação. Um procedimento análogo, usando também (4)-(6), permite-nos reduzir a equação (3) a

$$\rho c \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( k(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \rho g \mathcal{A}(\theta)(h-z)^{n(\theta)+1} |\nabla h|^{n(\theta)+1}. \quad (8)$$

Devido à natureza do problema, a equação (7) é somente válida em pontos  $(x, y)$  do seu domínio onde  $H > 0$ . De modo análogo, a equação (8) será somente válida em pontos  $(x, y, z)$  do seu domínio tais que  $\theta \leq \theta_m$ , onde  $\theta_m$  é a média anual da temperatura atmosférica da região, pelo que muito inferior à temperatura de fusão do gelo. Por outro lado, ao formularem-se modelos matemáticos para o estudo do escoamento de mantos de gelo, geralmente é necessário ter em conta que o domínio ocupado pelo gelo não é conhecido e é ele próprio, também, parte da solução do problema. Por isso não é possível prescrever uma condição de fronteira para a função  $H$ . No entanto para a temperatura, assumem-se habitualmente as condições de fronteira seguintes

$$\theta = \theta_m \quad \text{sobre} \quad z = h, \quad (9)$$

$$-k(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} = q_{\text{geo}} \quad \text{sobre} \quad z = b \quad (\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ e } \theta < \theta_m), \quad (10)$$

onde  $q_{\text{geo}}$  denota o fluxo de calor geotérmico devido ao atrito provocado pelo deslize da base. Relativamente às condições iniciais  $H_0$  e  $\theta_0$  que complementam as equações (7) e (8), deverão ser consistentes com o problema real e têm de satisfazer às mesmas restrições de  $H_0 > 0$  e  $\theta < \theta_m$ .

### 4 Problema isotérmico

O problema posto pelas equações (7)-(9) é muito complicado de analisar, do ponto de vista da Análise Matemática. Isto deve-se à presença de uma equação integro-diferencial, mas principalmente por causa da lei de Arrhenius que caracteriza a

viscosidade e, também, devido ao expoente de Glen variável. Mesmo modelos exotérmicos que considerem expoentes de Glen constantes, são, ainda, difíceis de analisar. Os modelos mais simples consideram o caso isotérmico que faz com que a viscosidade não dependa mais da temperatura, levando ao desacoplamento das equações (7) e (8). Alguns autores justificam esta substancial simplificação do problema, argumentando que o modelo isotérmico pode resultar de taxas de variação da temperatura aproximadamente nulas (ver *e.g.* [4, 5]). Outra simplificação do modelo, decorre de assumir que o domínio do escoamento é conhecido, digamos

$$Q_T := (0, T) \times \Omega \subset \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^2,$$

sendo  $\Omega$  um domínio (conexo) limitado, e que a base do manto de gelo é plana, *i.e.*

$$b = \text{constante}.$$

Usando estas simplificações, o problema (7)-(9) reduz-se a uma única equação

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla H = \operatorname{div} \left( \frac{H^{n+2}}{n+2} |\nabla H|^{n-1} \nabla H \right) + a \quad \text{em } Q_T. \quad (11)$$

O problema formulado pela equação (11) complementada por condições iniciais e de fronteira apropriadas, *e.g.*  $H = 0$  sobre  $\Gamma_T := (0, T) \times \partial\Omega$  e  $H = H_0$  em  $\Omega$ , quando  $t = 0$ , foi analisado em [3]. Aí foi demonstrada, sob determinadas condições sobre  $a$  e  $H_0$ , a existência e unicidade de soluções fracas para este problema. Demonstramos, também, que espessuras iniciais, nulas em qualquer parte, propagam-se com velocidade finita. Provamos, ainda, que, se a espessura do manto de gelo se anular localmente, existe um tempo de espera até ao qual a espessura irá permanecer nula. Isto significa que, após uma retracção local, o declive da superfície livre deve reconstruir-se antes de um novo avanço ser possível.

## Referências

- [1] S.N. Antontsev, H.B. de Oliveira. On a mathematical model in ice sheet dynamics. Actas da conferência *Fluid Mechanics and Aerodynamics, Athens (2007)*, pp. 1–8.
- [2] S.N. Antontsev, J.I. Díaz, H.B. de Oliveira. Mathematical models in dynamics of non-Newtonian fluids and in glaciology. Actas do *Congresso de Métodos Numéricos e Computacionais em Engenharia, Porto (2007)*, pp. 1–20.
- [3] S.N. Antontsev, H.B. de Oliveira. Qualitative properties of the ice-thickness in a 3D model. *WSEAS Trans. Math.*, **7** (2008) no. 3, pp. 78–86.
- [4] R. Greve, H. Blatter. *Dynamics of Ice Sheets and Glaciers*. Springer-Verlag, Heidelberg-Berlin, 2009.
- [5] H. Paterson. *The Physics of Glaciers*. Third Edition. Pergamon, Oxford, 1994.

## SANGAKU, A GEOMETRIA NOS SANTUÁRIOS DO JAPÃO

*Margarida Matias Pinto*

e-mail: [mmatiaspinto@gmail.com](mailto:mmatiaspinto@gmail.com)

**Resumo:** Sob os telhados de alguns santuários xintoístas do Japão podem ver-se tábuas de madeira decoradas com problemas de geometria euclidiana repletos de desenhos onde circunferências, elipses, quadrados, se intersectam. Quem as colocou lá? Com que propósito?

## OS PROBLEMAS DE MATEMÁTICA DE ALMADA NEGREIROS

*Pedro J. Freitas*

CELC e Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa Av Prof Gama Pinto 2  
1649-003 Lisboa Portugal  
e-mail: [pjfreitas@fc.ul.pt](mailto:pjfreitas@fc.ul.pt)

*Simão Palmeirim Costa*

CIEBA, Centro de Investigação e de Estudos em Belas-Artes e FBAUL  
Largo da Academia Nacional de Belas-Artes  
1249-058 Lisboa, Portugal  
e-mail: [simaopalmeirim@gmail.com](mailto:simaopalmeirim@gmail.com)

**Resumo:** Está em curso uma análise do espólio de Almada Negreiros, que inclui várias obras com uma forte componente geométrica. Apesar de o autor ter como intenção primeira produzir obras de arte, muito do seu trabalho pode ser apreciado matematicamente. Nesta palestra apresentaremos alguns desenhos que podem ser lidos como problemas de geometria e apresentamos, como exemplo, a solução de alguns.

**Abstract** The estate of Almada Negreiros is currently undergoing inventory, and it includes many works with a strong geometrical flavour. Even though the author's first intention was to produce artworks, a lot of his production can be appreciated from a mathematical viewpoint. In this talk we present some drawings that can be interpreted as problems in geometry and we present the solution to some of them.

**palavras-chave:** resolução de problemas, geometria, arte, Almada Negreiros

**keywords:** problem-solving, geometry, art, Almada Negreiros

## O QUE FAZEMOS COM O CIRCO MATEMÁTICO

*Circo Matemático*

Associação Ludus

**Resumo:** Maravilhar, divertir e atrair para a matemática mediante a realização de atividades lúdicas variadas. É a nossa principal missão. Como tal levamos a Matemática Recreativa à cena em diversas atividades atuando em vários formatos. Desde saltimbancos na rua ao grande espetáculo. Daremos um breve resumo da nossa actividade nos últimos anos e como não poderia deixar de ser prometemos abrilhantar e deixar a pensar as pessoas com a nossa matemagia.

## RESOLVER PROBLEMAS - UMA ATIVIDADE MÁGICA!

*Ana Rute Domingos*

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e CMAF

e-mail: ardomingos@fc.ul.pt

**Resumo:** A resolução de problemas matemáticos pode ser uma atividade divertida e compensadora. Nesta sessão, através de problemas concretos e aplicáveis em sala de aula, serão exploradas estratégias de resolução de problemas que podem promover a motivação para a aprendizagem da matemática, o estímulo ao cálculo mental, o desenvolvimento do espírito crítico e a consolidação de alguns conteúdos programáticos. A magia da matemática estará presente!

**palavras-chave:** Resolução de problemas; estratégias de cálculo mental; divisores; números primos; potências; magia matemática.

## Referências

- [1] S. Krantz, *Techniques of Problem Solving*, AMS, 1991.
- [2] A. Paenza, *Matemática...estás aí?*, Dom Quixote, 2008.
- [3] Y. Perelman, *Experiências e problemas recreativos I*, Biblioteca Desafios Matemáticos, RBA, 2008.



## MECANISMOS E SUPERFÍCIES

*Ana Cristina Oliveira*

Associação Atractor

e-mail: [amolivei@fc.up.pt](mailto:amolivei@fc.up.pt)

**Resumo:** Um mecanismo é uma cadeia finita de hastes rígidas, com algumas junções fixas e outras móveis, que funciona movendo os nós sob algum constrangimento. O espaço de configuração de um mecanismo é a união de todas as suas posições permitidas. Apresentaremos um módulo interativo que, de uma forma construtiva e recorrendo a animações, permite visualizar os espaços de configuração de quadriláteros e de pentágonos articulados no plano. E, desse modo, obteremos cada superfície orientável como espaço de configuração de um mecanismo.

**palavras-chave:** Mecanismo; espaço de configuração; topologia quociente.

## Referências

- [1] <http://www.atractor.pt/mat/MovimentoForma/modulo>
- [2] Ana Cristina Oliveira, *Matemática Experimental*, Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal, 2013.

## JOGAR COM A MATEMÁTICA NA BAÍA DO SEIXAL

*Luís Miguel de Freitas Bernardino*

EB de Nun’ Álvares, Seixal

e-mail: bernluis@gmail.com

**Resumo:** O trabalho com alunos com necessidades educativas especiais pode beneficiar da introdução de jogos matemáticos, possibilitando a abordagem de conteúdos matemáticos e de cidadania. Nesta comunicação iremos partilhar a nossa experiência neste tipo de trabalho, destacando um projeto que levou a um trabalho transversal entre alunos com necessidades educativas especiais do 3º ciclo e turmas do 1º ciclo. Este projeto culminou com o que se espera ter sido a primeira edição do *Campeonato de Jogos Matemáticos Baía do Seixal*.

## TEOREMAS ELEMENTARES CLÁSSICOS NA SALA DE AULA.

*Luís Miguel de Freitas Bernardino*

EB de Nun’ Álvares, Seixal

e-mail: [bernluis@gmail.com](mailto:bernluis@gmail.com)

**Resumo:** Nesta apresentação procuramos mostrar o interesse do estudo de alguns teoremas elementares clássicos, tanto para a criação de propostas de trabalho como para a satisfação pessoal de cada docente.

**palavras-chave:** Teoremas; problemas; ensino.

Francisco Gomes Teixeira afirmou, numa conferência que proferiu em 1923 em Salamanca e em 1925 no Porto, que "os que se ocupam da matemática começam a estudá-la pelo que tem de útil, principiam a amá-la quando compreendem o que tem de belo e apaixonam-se por ela quando subiram assaz alto para abranger o que tem de sublime." Nesta linha, cremos que a resolução de problemas é o que a matemática tem de mais belo. Mas como aumentar as competências dos nossos alunos para este tema? Vitor Kravchenko é um professor de quem tivemos o privilégio de ser discentes e, nas suas aulas, incentivava frequentemente os seus alunos a tentarem fazer as demonstrações dos teoremas estudados, pois é nelas que se encontram as ideias essenciais para a resolução da maioria dos problemas que possam ser propostos. Assim, abordaremos alguns resultados clássicos associados a triângulos, a circunferências e a ternos pitagóricos. A fim de compreendermos o alcance e utilidade destes, apresentaremos algumas aplicações e proporemos construções euclidianas que precisam, para a sua elaboração, dos resultados já referidos. Deste modo, pensamos ter apresentado fontes úteis para a criação de problemas a propor aos nossos alunos, tanto em contexto de sala de aula, como na actividade regular de um clube de matemática. Em conclusão refira-se que uma sequência de problemas adequada pode contribuir para que o aluno obtenha satisfação pelo alcance de resultados mais abrangentes (teoremas) do que aqueles que se alcançam nas propostas que habitualmente se trabalham na sala de aula. Por outro lado, a imensidão de resultados ditos clássicos é tão grande que, por muito que se estudem, há sempre uma grande quantidade que é do desconhecimento de qualquer matemático, pelo que sempre que os estudamos obtemos satisfação pela beleza das suas propriedades. Deste modo, torna-se mais agradável a elaboração de materiais necessários à prática docente.

## Referências

- [1] Bernardino, Luís, “Temas Escolhidos de Geometria do Triângulo ”, Tese de Mestrado , Universidade do Algarve, Portugal, 2008.

## TRANSIÇÃO DA MATEMÁTICA DO SECUNDÁRIO PARA O SUPERIOR: O PONTO DE VISTA DOS ESTUDANTES

*Helena Monteiro, Maria João Afonso, Marília Pires*

ESTA-IPTomar, FP-ULisboa, FCT-UAlgarve

e-mail: [helena.monteiro@ipt.pt](mailto:helena.monteiro@ipt.pt)

[mjafonso@psicologia.ulisboa.pt](mailto:mjafonso@psicologia.ulisboa.pt)

[mpires@ualg.pt](mailto:mpires@ualg.pt)

**Resumo:** Como em qualquer outro processo de aquisição de conhecimento, o sucesso do ensino e da aprendizagem depende da atitude dos intervenientes. Ao estudante exige-se vontade de aprender e um estudo sistemático. Do professor espera-se o domínio, teórico e prático, das matérias que ensina e uma conduta pedagógica adequada ao nível e ao tipo de conhecimentos dos seus alunos. Outro fator que pode facilitar o desempenho do professor é considerar as expectativas e as dificuldades experimentadas pelos seus alunos. Não apenas nas suas aulas mas em todo o contexto da aprendizagem. No âmbito de uma investigação sobre os conhecimentos de Matemática dos estudantes à entrada do ensino superior, que estamos a desenvolver, tivemos interesse em conhecer as emoções e atitudes, em relação à Matemática, de estudantes do 1.º ano de cursos superiores de ciências e de tecnologias. Tencionámos saber qual a sua opinião sobre o próprio percurso na aprendizagem da Matemática e o modo como ela lhes foi ensinada. Planeámos recolher o parecer dos estudantes acerca das dificuldades em Matemática sentidas pelos alunos, no geral, e ainda as suas sugestões para reduzir o insucesso a Matemática no 1.º ano de frequência do ensino superior. Nesta comunicação pretendemos mostrar os resultados que obtivemos nas entrevistas, individuais e semiestruturadas, que realizámos a 25 estudantes do 1.º ano de cursos de Engenharia. Contrastados quanto ao nível de conhecimentos de Matemática que demonstraram no 1.º semestre, formaram duas subamostras: a dos Melhores Alunos e a dos Piores Alunos. Embora tenham opiniões idênticas em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos dois sistemas de ensino, manifestam expectativas diferentes em relação à forma como o professor do superior os poderia ajudar a ultrapassar as dificuldades, bem como quanto ao desempenho dos estudantes com notas inferiores a 13 no secundário.

**palavras-chave:** adaptação ao ensino superior; atitudes perante a aprendizagem da matemática; dificuldades em matemática.

## MATHEMATICAL CANDIES

*Jaime Gaspar*

Universitat Rovira i Virgili, Department of Computer Engineering and Mathematics, Av. Països Catalans 26, E-43007 Tarragona, Catalonia, [jaime.gaspar@urv.cat](mailto:jaime.gaspar@urv.cat). Centro de Matemática e Aplicações (CMA), FCT, UNL. Financially supported by the Martí Franquès Research Fellowship Programme grant number 2013PMF-PIPF-24 of the Universitat Rovira i Virgili.

**Resumo:** When students express their feelings about mathematics, the usual adjectives are not “interesting”, “beautiful”, “pleasant” and “amusing”, but “boring”, “horrible”, “painful” and “dull”. This predisposition against mathematics is a wall that teachers of mathematics need to tear down to free the way for the learning of mathematics. How do we do this? By delighting students with “mathematical candies”: little pieces of mathematics that are “interesting”, “beautiful”, “pleasant” and “amusing”.

In this talk we present “mathematical candies” like the following ones.

- When Gauss’s teacher asked him to add  $1 + 2 + \dots + 100$ , he answered  $50 \times 101 = 5050$  realising that  $1 + 2 + \dots + 100$  is the sum of the 50 terms  $1 + 100, 2 + 99, \dots, 50 + 51$  equal to 101. This generalises to  $1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$ . We give a geometric proof of this formula.
- If we ask students to mention some irrationals numbers, we are already lucky if we hear  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$  and  $e$ . This is natural because almost all everyday numbers are rational, but deceiving because almost all real numbers are irrational. Can we show this to students? We give a elementary proof that at least half of the real numbers are irrational.
- Mathematicians can prove that an equation has a solution (1) constructively by giving a solution or (2) non-constructively without giving a solution. Most mathematicians accept both proofs, but a minority only accepts constructive proofs. We give an illustrative example of a simple equation with constructive and non-constructive proofs.
- Students are familiar with the classification of triangles as acute, right, obtuse, scalene, isosceles, equilateral, etc. But this “zoology” can easily become tedious. Can we fix this by doing something funny with it? We give a funny way of visualising all classes of triangles at once.

We keep this talk short, simple and sweet.

**Palavras-chave:** Mathematical candy; triangular/triangle number; irrational number; (non-)constructive proof; classification of triangles.

## THE CLASSIFICATION OF NATURALLY REDUCTIVE HOMOGENEOUS SPACES IN DIMENSIONS $n \leq 6$

*Ana Cristina Ferreira, Ilka Agricola e Thomas Friedrich*

Instituição: Centro de Matemática, Universidade do Minho, Portugal

Fachbereich Mathematik und Informatik, Philipps-Universität Marburg, Germany

Institute für Mathematik, Humboldt-Universität zu Berlin, Germany

e-mail: [anaferreira@math.uminho.pt](mailto:anaferreira@math.uminho.pt)

[agricola@mathematik.uni-marburg.de](mailto:agricola@mathematik.uni-marburg.de)

[friedric@mathematik.hu-berlin.de](mailto:friedric@mathematik.hu-berlin.de)

**Resumo:** We present a new method for classifying naturally reductive homogeneous spaces – i.e. homogeneous Riemannian manifolds admitting a metric connection with skew torsion that has parallel torsion and curvature. This method is based on a deeper understanding of the holonomy algebra of connections with parallel skew torsion on Riemannian manifolds and the interplay of such connections with the geometric structure on the given Riemannian manifold. We reproduce by much easier arguments the known classifications in dimensions 3, 4 and 5, and obtain as a new result the complete classification in dimension 6. In each dimension, we also exhibit a ‘hierarchy’ of degeneracy for the torsion form, which we then treat case by case. For the complete degenerate cases, we prove results that are dimension independent. In some situations, we are able to show that any Riemannian manifold with parallel skew torsion has to be naturally reductive. We prove that a ‘generic’ parallel torsion form defines a quasi-Sasaki structure in dimension 5 and an almost complex structure in dimension 6.

**palavras-chave:** Naturally reductive spaces; connections with skew torsion; geometric structures.

## Referências

- [1] I. Agricola, A.C. Ferreira, T. Friedrich: *The classification of naturally reductive homogeneous spaces in dimensions  $n \leq 6$* . (To appear).

## DA GEOMETRIA DOS FIBRADOS VECTORIAIS COM SIMETRIA ROTACIONAL

*Rui Albuquerque*

Universidade de Évora e Università di Torino

e-mail: [rpa@uevora.pt](mailto:rpa@uevora.pt)

[rui.albuquerque@unito.it](mailto:rui.albuquerque@unito.it)

**Resumo:** Apresenta-se uma teoria das métricas riemannianas ponderadas  $g_{M,E}$ , com simetria rotacional, induzidas sobre fibrados vectoriais  $E \rightarrow M$  munidos de conexão métrica  $D^E$  sobre uma dada variedade riemanniana  $M$ . Como casos particulares bem conhecidos temos a estrutura riemanniana de Sasaki em  $E = TM$  e a métrica de Bryant-Salamon de holonomia  $G_2$  em  $\Lambda^2 T^*M$  quando  $\dim M = 4$ . Com o objectivo de entender de uma forma geral a holonomia das métricas introduzidas, mostra-se as condições de existência de campos vectoriais paralelos e as relações entre geodésicas das várias conexões envolvidas, bem como as fórmulas de curvatura de Ricci e escalar. Por último concretiza-se uma ideia original para encontrar a holonomia de  $g_{M,E}$ . Novas aplicações surgem no estudo de métricas  $G_2$  de Bryant-Salamon no caso das superfícies de Calabi-Yau.

**palavras-chave:** fibrado vectorial; conexão métrica; holonomia riemanniana.

## Referências

- [1] R. Albuquerque, “On vector bundle manifolds with rotationally symmetric weighted metrics”, *a aparecer em breve*, Junho 2014.



## AUTODUALITY AND FOURIER-MUKAI FOR COMPACTIFIED JACOBIANS

*Margarida Melo*

CMUC/Universidade de Coimbra

e-mail: [mmelo@mat.uc.pt](mailto:mmelo@mat.uc.pt)

### Resumo:

Among Abelian varieties, Jacobians of smooth curves  $C$  have the important property of being autodual, i.e., they are canonically isomorphic to their dual abelian variety. This is equivalent to the existence of a Poincaré line bundle  $P$  on  $J(C) \times J(C)$  which is universal as a family of algebraically trivial line bundles on  $J(C)$ . Another instance of this fact was discovered by S. Mukai who proved that the Fourier-Mukai transform with kernel  $P$  is an auto-equivalence of the bounded derived category of  $J(C)$ . I will talk on joint works with Filippo Viviani and Antonio Rapagnetta, where we try to generalize both the autoduality result and Mukai’s equivalence result for singular reducible curves with locally planar singularities. Our results generalize previous results of Arinkin, Esteves, Gagné and Kleiman and can be seen as an instance of the geometric Langlands duality for the Hitchin fibration.

**palavras-chave:** Fourier-Mukai transforms; Compactified Jacobians; Geometric Langlands Duality.

### Referências

- [1] Margarida Melo, Antonio Rapagnetta, Filippo Viviani “Fine compactified Jacobians of reduced curves”, preprint [arXiv:1406.2299](https://arxiv.org/abs/1406.2299).
- [2] Margarida Melo, Antonio Rapagnetta, Filippo Viviani “Fourier-Mukai and autoduality for compactified Jacobians. I”, preprint [arXiv:1207.7233](https://arxiv.org/abs/1207.7233).
- [3] Margarida Melo, Antonio Rapagnetta, Filippo Viviani “Fourier-Mukai and autoduality for compactified Jacobians. II”, preprint [arXiv:1308.0564](https://arxiv.org/abs/1308.0564).

## TOPOLOGICAL MODELS OF INTUITIONISTIC LOGIC

*Jaime Gaspar*

Universitat Rovira i Virgili, Department of Computer Engineering and Mathematics, Av. Països Catalans 26, E-43007 Tarragona, Catalonia, [jaime.gaspar@urv.cat](mailto:jaime.gaspar@urv.cat). Centro de Matemática e Aplicações (CMA), FCT, UNL. Financially supported by the Martí Franquès Research Fellowship Programme grant number 2013PMF-PIPF-24 of the Universitat Rovira i Virgili.

**Resumo:** Mathematicians can prove the existence of an object in two ways: *non-constructive proofs* (without presenting the object) and *constructive proofs* (presenting the object). The majority of the mathematicians accepts both proofs (maybe favouring constructive proofs as they are more informative) and a minority of the mathematicians accepts only constructive proofs (mostly for philosophical reasons). In terms of logic, non-constructive proofs use *classical logic* (the usual logic in mathematics, which has the law of excluded middle) and constructive proofs use *intuitionistic logic* (which does not have the law of excluded middle).

We are proficient in working (showing that formulas are provable or unprovable) with classical logic but not with intuitionistic logic. Here *topology* comes to our help: there is a classical *correctness-completeness theorem* by Alfred Tarski, in the intersection of logic and topology, that assigns *topological models* to intuitionistic logic, in such a way that a formula is provable in intuitionistic logic if and only if the formula is true in all topological models.

In this talk we introduce the correctness-completeness theorem. We divide the talk into four parts:

- intuitionistic logic;
- topological models;
- correctness-completeness theorem;
- examples.

We keep this talk short, simple and sweet.

**Palavras-chave:** Topological model; intuitionistic logic; correctness-completeness theorem.

## TOPOLOGY OF MODULI SPACES OF FREE GROUP REPRESENTATIONS IN REDUCTIVE GROUPS

*Ana Casimiro, Carlos Florentino, Sean Lawton, André Oliveira*

Departamento de Matemática, FCT, Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal

Departamento de Matemática, IST, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal

Department of Mathematics, The University of Texas-Pan American, Edinburg, USA

Departamento de Matemática, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal

e-mail: `amc@fct.unl.pt`

`carlos.florentino@tecnico.ulisboa.pt`

`lawtonsd@utpa.edu`

`agoliv@utad.pt`

**Resumo:** Let  $G$  be a reductive algebraic group and  $\Gamma$  be a finitely generated group. Moduli spaces of representations of  $\Gamma$  into  $G$ , the so-called  $G$ -character varieties of  $\Gamma$ , play important roles in hyperbolic geometry, the theory of bundles and connections, knot theory and quantum field theories.

Let  $K$  be a maximal compact subgroup of  $G$ , and let  $F_r$  be a rank  $r$  free group. We show that the space of closed orbits in  $\text{Hom}(F_r, G)/G$  admits a strong deformation retraction to the orbit space  $\text{Hom}(F_r, K)/K$ . In particular, all such spaces have the same homotopy type. We compute the Poincaré polynomials of these spaces for some low rank groups  $G$ . We also compare, for real  $G$ , the real moduli spaces to the real points of the corresponding complex moduli spaces, and describe the geometry of many examples.

**palavras-chave:** Character varieties; Reductive groups; Representation.

## Referências

- [1] S. Bratholdt, D. Cooper, “On the topology of the character variety of a free group”, *Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste*, 32(suppl. 1), 2001, pp. 45–53 [Dedicated to the memory of Marco Reni].
- [2] C. Florentino and S. Lawton, “The topology of moduli spaces of free group representations”, *Math. Annalen*, 345, 2009, pp. 453–489.
- [3] C. Florentino and S. Lawton, “Singularities of free group character varieties”, *Pac. J. Math.*, 260, 2012, no.1, pp. 149–179.

2 TOPOLOGY OF MODULI OF FREE GROUP REPRESENTATIONS

---

- [4] R. W. Richardson, P. J. Slodowy, “Minimum vectors for real reductive algebraic groups”, *J. London Math. Soc.* (2), 42, 1990, no. 3, pp. 409–429.

## MODULI SPACES IN HIGHER GAUGE THEORY

*Roger Francis Picken*

Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa  
e-mail: `roger.picken@tecnico.ulisboa.pt`

**Resumo:** From the point of view of geometry, higher gauge theory (HGT) is a generalization of the notion of principal  $G$ -bundles with connection over a manifold  $M$ . At the first higher level, the Lie group  $G$  is replaced by a (strict) Lie 2-group  $\mathcal{G}$ . For the purposes of this talk we will view a Lie 2-group simply as a Lie crossed module, i.e. a pair of Lie groups  $(G, E)$ , related by some properties. Taking a connection on a principal  $G$ -bundle to be a suitable collection of locally defined  $L(G)$ -valued 1-forms, where  $L(G)$  denotes the Lie algebra of  $G$ , the corresponding notion of connection in HGT based on a 2-group is a suitable collection of locally defined  $L(G)$ -valued 1-forms and  $L(E)$ -valued 2-forms [1]. I will also comment briefly on the next level up, HGT based on a 3-group [2].

The main focus of the talk will be on how the familiar notion of moduli space of (the set of) flat  $G$ -connections on  $M$  modulo (the group of) gauge transformations generalizes to HGT based on a 2-group. I will discuss how a group action on a set generalizes to a 2-group action on a category [3], and use this to describe the higher moduli space in terms of the action of a 2-group of gauge transformations on a category of connections. Even for manifolds  $M$  of dimension 1 and 2, this already leads to interesting structure [4].

I conclude by presenting the case of finite groups and 2-groups, when  $M$  is a 2-manifold endowed with a cell structure. In this case there are counting invariants associated to the moduli spaces, leading to various group and 2-group identities [5].

**palavras-chave:** Higher gauge theory; 2-groups; moduli spaces.

**Referências**

- [1] J. Faria Martins and R. Picken, “Surface holonomy for non-Abelian 2-bundles via double groupoids”, *Adv. Math.*, Vol. 226, No. 4 (2011), pp. 3309-3366.
- [2] J. Faria Martins and R. Picken, “The fundamental Gray 3-groupoid of a smooth manifold and local 3-dimensional holonomy based on a

- 2-crossed module”, *Differ. Geom. Appl.*, Vol. 29, No. 2 (2011), pp. 179-206.
- [3] J. C. Morton and R. Picken, “Transformation Double Categories Associated to 2-Group Actions”, *arXiv:1401.0149*.
- [4] J. C. Morton and R. Picken, “2-Group Actions on Moduli Spaces of Higher Gauge Theory”, *in preparation*.
- [5] D. Bragança and R. Picken, “A new class of 2D TQFT from finite 2-groups”, *in preparation, based on an undergraduate research project by the first author in the context of the Gulbenkian programme “Novos Talentos em Matemática”*.

## $G_2$ AND THE ROLLING BALL

*John Huerta*

CAMGSD, Instituto Superior Técnico

e-mail: [jhuerta@math.ist.utl.pt](mailto:jhuerta@math.ist.utl.pt)

**Resumo:** The search for simple models of the exceptional Lie groups is a long standing problem in mathematics. In this talk, we use a nonassociative algebra known as the split octonions to explain how the smallest exceptional Lie group,  $G_2$ , can be thought of as the symmetry group of a ‘spinorial ball’ rolling on a projective plane precisely 3 times as big. This is joint work with John Baez and James Dolan [1].

**palavras-chave:** exceptional groups; geometry; octonions.

## Referências

- [1] J. Baez and J. Huerta,  $G_2$  and the rolling ball, to appear in *Transactions of the American Mathematical Society*. Available as arXiv:1205.2447.

## O LIVRO DE JOGOS DE AFONSO X, O SÁBIO

Jorge Nuno Silva

CIUHCT

e-mail: jnsilva@cal.berkeley.edu

**Resumo:** Afonso X escreveu, no final do século XIII, um belíssimo livro de jogos. Esta obra, fonte incontornável no estudo da tradição lúdica medieval, tem agora uma versão em português.

Da apresentação, escrita por Henrique Leitão:

“*O Livro de Jogos de Afonso X, o Sábio* apresenta a versão portuguesa do *Libro de Juegos* do famoso avô de D. Dinis, obra que subsiste hoje num belo manuscrito iluminado na biblioteca do Escorial. Impulsionador das artes e das ciências, patrono de uma corte onde confluíam sábios cristãos, árabes e judeus, e que foi um dos mais brilhantes focos de cultura no século XIII, Afonso X nutria também uma grande paixão pelos jogos de tabuleiro, o que este texto bem testemunha.

Os jogos são indissociáveis da história humana e o seu interesse para o historiador transcende em muito o da mera curiosidade cultural. Na sua imensa variedade, na sua riqueza e na sua antiguidade os jogos servem como veículos de tradições antigas, de ideias e de símbolos. Mas possuem um valor bem mais profundo pois num certo sentido o jogo está intimamente relacionado com o que é o ser humano. A vida, concebida apenas como uma sucessão de actividades para alcançar objectivos práticos, isto é, a vida medida apenas pela utilidade, é uma vida desumana. As actividades lúdicas e os jogos não podem por isso ser consideradas meros intervalos na seriedade da vida útil, mas exprimem aspectos irredutíveis da condição humana. No caso dos jogos de tabuleiro e dos jogos de estrutura matemática esses aspectos estão ligados à beleza e à precisão do pensamento racional, onde rigor e imaginação se combinam por vezes de maneira quase viciante. *O Livro de Jogos* do rei Afonso X tem por isso grande interesse não apenas como documento sobre a história destes jogos na Península Ibérica do século XIII, mas ainda enquanto testemunho acerca da vida e dos hábitos de sociedade na corte de Castela.

**palavras-chave:** Jogos de tabuleiro; jogos medievais; xadrez medieval.

## Referências

- [1] Jorge Nuno Silva, *O Livro de Jogos de Afonso X, o Sábio*, Apenas, Lisboa, 2013.



## PEDRO NUNES E A COROAÇÃO DE D. SEBASTIÃO

Carlota Simões

Grupo de Ensino e História das Ciências do Centro de Física Computacional,  
Departamento de Matemática e Museu da Ciência da Universidade de Coimbra  
e-mail: carlota@mat.uc.pt

**Resumo:** Nos anos 20 do século passado, Gomes Teixeira escrevia acerca de um suposto conselho de Pedro Nunes à Rainha D. Catarina, regente do Reino, em vésperas da coroação de D. Sebastião, no sentido de adiar a cerimónia em pelo menos três dias, alegando motivos astrológicos [1].

A fonte de Gomes Teixeira é o Conde de Sabugosa (1919), que por sua vez cita o Padre José Pereira Bayão (1737) [2]. Não se conhecem referências ao episódio anteriores a esta data, apesar de existir na Biblioteca Nacional uma pasta recheada de documentos sobre lendas e mitos sobre D. Sebastião. Será o episódio uma lenda, como afirma Gomes Teixeira, ou triste realidade, como diz o Padre Bayão?

Chegou aos nossos dias uma carta astrológica do nascimento de D. Sebastião, da autoria de João Baptista Lavanha [3], mas nada semelhante relativamente à sua coroação.

Nesta sessão iremos discutir a possibilidade de Pedro Nunes ter de facto analisado a carta astrológica da coroação de D. Sebastião, hipótese que Gomes Teixeira deixa em aberto. Poderá a análise das efemérides para o momento da coroação de D. Sebastião à luz dos tratados da época decidir a favor do Padre Bayão ou de Gomes Teixeira?

**palavras-chave:** Pedro Nunes; Gomes Teixeira; D. Sebastião.

## Referências

- [1] F. Gomes Teixeira, “Pedro Nunes e a Astrologia”, *Conde de Sabugosa: In Memoriam*, Portugália Editora, 1924.
- [2] Padre José Pereira Baião, *Portugal Cuidadoso e Lastimado com a vida e perda do Senhor Rey Dom Sebastião*, 1737.
- [3] *Relações das cousas principais q sucederão em Portugal em tempo del Rey D. Sebastião, tiradas de originaes do Reyno per João Bap.ta Lavanha, Cronista mor do Reino de Portugal*, Códice 887, Biblioteca Nacional de Portugal.

## O INÍCIO DA MECÂNICA TEÓRICA EM PORTUGAL E O *Tratado da Estática* (1645) DE HEINRICH UWENS

*Nuno Castel-Branco*

Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

e-mail: [nuno.castel-branco@tecnico.ulisboa.pt](mailto:nuno.castel-branco@tecnico.ulisboa.pt)

**Resumo:** O desenvolvimento científico ocidental dos séculos XVI e XVII causou um impacto intelectual muito grande no mundo e ainda hoje se fala nele, tradicionalmente sob o nome de “revolução científica”. A explicação das transformações científicas desta época não é linear. No entanto, estudos modernos permitem identificar a Mecânica como um dos factores que caracterizam estes avanços na ciência, culminando nos *Principia* de Newton.

Portugal, ao contrário do que se pensa, não ficou desligado dos avanços científicos que ocorriam na Europa. Sabe-se hoje que a “Aula da Esfera” do Colégio de Sto. Antão, em Lisboa, foi uma instituição única na ciência portuguesa, sendo porta de entrada para variadas tradições científicas no país. Entre elas está também o ensino da mecânica.

A mecânica surge de uma relação gradual entre a matemática e a filosofia natural. Uma das correntes mais práticas, que privilegiava a mecânica, ou estática, como lhe chamavam, usava a matemática para estudar situações mais concretas. Os matemáticos da Companhia de Jesus na Flandres, provenientes da chamada escola de Grégoire de Saint-Vincent, foram pioneiros nesta vertente prática. Heinrich Uvens (Henrique Buseu), membro desta escola, esteve em Portugal durante vários anos. As suas aulas na “Aula da Esfera”, que sobrevivem hoje no *Tratado da Estática*, de 1645, um manuscrito da Biblioteca Nacional de Portugal (BNP Cod. 4333), mostram como se abriu uma janela para uma importante tradição matemática cultivada no nosso país em meados do século XVII e que estava até hoje desconhecida.

Embora seja um dos primeiros testemunhos de um curso de mecânica teórica que se conhece em Portugal, este tratado nunca foi estudado. Sobre ele subsistem muitas perguntas relacionadas com a sua origem, conteúdos e influência, a que procurarei dar resposta nesta comunicação.

**palavras-chave:** Aula da Esfera; Mecânica; Heinrich Uvens.

## LONGITUDE—UMA REVOLUÇÃO NA CIÊNCIA NÁUTICA

*António Costa Canas*

Museu de Marinha—CINAV—CIUHCT

e-mail: costacanas@gmail.com

**Resumo:** Partindo da definição de Thomas Kuhn para **revolução científica** tentaremos perceber quais os principais momentos em que ocorreram revoluções na ciência náutica. A nossa análise será centrada nas técnicas e nos procedimentos desenvolvidos na Europa Ocidental, para condução dos navios em alto-mar.

Começando na Idade Média, podemos considerar a existência de três momentos distintos na ciência náutica. O primeiro corresponde à chamada navegação por rumo e estima. A matemática a bordo é praticamente inexistente. Segue-se a determinação da latitude a bordo, a partir de finais do século XV usando navegação astronómica. É introduzida a matemática a bordo, mas que se resume a operações aritméticas simples. Finalmente, no século XVIII passa a determinar-se a longitude. A matemática usada é muito mais complexa, implicando a resolução de problemas de trigonometria esférica.

Será dedicada uma atenção especial ao último destes momentos, comparando o mesmo com a prática seguida no anterior. Procuraremos identificar as mudanças que indiciem uma alteração de paradigma.

**palavras-chave:** longitude; náutica; revolução científica; paradigma; ciência normal.

## Referências

- [1] Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, Publicações Alfa, Lisboa, 1989.
- [2] William J. H. Andrewes [ed.], *The Quest for Longitude. The Proceedings of the Longitude Symposium. Harvard University, Cambridge, Massachusetts. November 4–6, 1993*, The University of Chicago Press, Cambridge, Massachusetts, 1996.
- [3] Thomas S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, Collection of Historical Scientific Instruments, Chicago and London, 1998.

## TEORIA(S) DE PROPORÇÕES EM PORTUGAL NA PRIMEIRA METADE DO SÉCULO XVIII

*Maria Elisabete Barbosa Ferreira*

Agrupamento de Escolas de Lousada Norte

e-mail: [betabferreira@gmail.com](mailto:betabferreira@gmail.com)

**Resumo:** A teoria de proporções tem sido aplicada em diversas áreas ao longo dos tempos. Com a descoberta das grandezas incomensuráveis, na Antiguidade Grega, foi reconhecida a necessidade de uma teoria de proporções aplicável não só a grandezas comensuráveis como também a grandezas incomensuráveis.

A teoria clássica de proporções foi frequentemente criticada pela sua alegada obscuridade e dificuldade, principalmente a partir do Renascimento Europeu. Foram muitos os autores que se dedicaram a esta investigação ao longo dos tempos, tendo sido apresentadas algumas alternativas.

Nesta comunicação identificaremos as versões da teoria de proporções que surgem em textos portugueses na primeira metade do século XVIII, e procederemos à comparação das mesmas, quer entre si, quer com obras de autores europeus contemporâneos. Mais especificamente, a obra de Manoel de Campos será comparada com a do belga André Tacquet. No que concerne a Azevedo Fortes, a análise será dividida em duas partes (correspondentes à parte do manuscrito *Geometria Especulativa* que trata os *Elementos* de Euclides e à *Lógica Racional, Geométrica e Analítica*) e será feita com recurso à obra do francês Jacques Ozanam e a outras fontes diversas.

**palavras-chave:** Teoria das proporções; Azevedo Fortes; Manoel de Campos.

## Referências

- [1] Maria Elisabete Barbosa Ferreira, “Teoria(s) de Proporções em Portugal, na Primeira Metade do Século XVIII”, Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Portugal, 2013.

## O FIM DA *Grundlagenkrise*

Reinhard Kahle

CENTRIA e DM, FCT, Universidade Nova de Lisboa

e-mail: [kahle@mat.uc.pt](mailto:kahle@mat.uc.pt)

**Resumo:** Com a palavra *Grundlagenkrise*, em português “crise dos fundamentos”, referimo-nos normalmente à discussão sobre os fundamentos da Matemática nos anos 20 do século XX, com DAVID HILBERT e LUITZEN BROUWER como os principais actores nos lados opostos. Quando BROUWER promoveu a sua “reconstrução” da matemática seguindo a sua posição filosófica chamada *Intuicionismo*, HILBERT defendeu a “matemática clássica” tentando dar uma justificação baseada no *Formalismo*.

A discussão, que a certa altura afectou também a relação pessoal entre estes dois grandes matemáticos, teve o seu fim, o mais tardar, com os teoremas de GÖDEL. Estes teoremas mostram que o programa de Hilbert, na sua forma original, não é exequível. Mas, por razões intrínsecas, o intuicionismo não pôde usufruir deste resultado.

Apesar da história filosófica que conduziu aos teoremas de GÖDEL vamos discutir, nesta apresentação, como é que a comunidade matemática respondeu à situação, nomeadamente através do trabalho de BOURBAKI (como “herdeiro” de HILBERT) e de BISHOP (como “herdeiro” de BROUWER).

**palavras-chave:** *Grundlagenkrise*; Programa de Hilbert; Intuicionismo; Teoremas de Gödel; Bourbaki; Bishop.

## Referências

- [1] F. Ferreira, “Grundlagenstreit e o intuicionismo Brouweriano”, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, Vol. 58 (2008), pp. 1–23.
- [2] R. Kahle, “Os teoremas de incompletude de Kurt Gödel”, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, Vol. 55 (2006), pp. 63–76.

Investigação apoiada pelos projectos *A Herança de Hilbert na Filosofia da Matemática* (PTDC/FIL-FCI/109991/2009) e *A noção da demonstração matemática* (PTDC/MHC-FIL/5363/2012), financiados pela FCT/MEC.

## COMPUTING THE ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF DYNAMICAL SYSTEMS

*Daniel S. Graça*

Departamento de Matemática, Universidade do Algarve  
& SQIG/Instituto de Telecomunicações  
e-mail: [dgraca@ualg.pt](mailto:dgraca@ualg.pt)

**Resumo:** A common problem in dynamical systems theory is to understand the long term (asymptotic) behavior that dynamical systems can typically present. This problem can be approached from several angles, for example by characterizing attractors and their respective basins of attraction, or by developing tools, such as the Hartman-Grobman Theorem, which allows us to compare a class of systems with another (simpler) class of systems which we understand well.

In this talk we will be interested on the problem of knowing, given some class of dynamical systems, if we can *compute* entities related to their long term behavior like attractors, basins of attraction, etc. We will show that it is often the case that one cannot compute such entities, even for very regular systems, and that computability often requires some kind of robustness like structural stability.

**palavras-chave:** Computability, Dynamical systems, Attractors, Basins of attraction

## POTENTIAL COLLECTIONS

*Gonçalo Santos*

Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa

e-mail: [goncalo.b.santos@campus.ul.pt](mailto:goncalo.b.santos@campus.ul.pt).

**Resumo:** The existence of potential collections has been and continues to be the subject of different debates in the philosophy of mathematics. For instance, Brouwer argued for the potential infinity of the collection of all numbers and more recently, Dummett argued for the indefinite extensibility of the collection of all sets. In this talk, I begin by revising these arguments as well as the Cantorian notion of *mathematical freedom*. I will then defend two claims. First, I argue that mathematical freedom allows us to understand the collection of all numbers and that of all sets as being actual. Second, I argue that this same freedom motivates an unlimited understanding of the mathematical universe.

**palavras-chave:** Potential Infinity; Indefinite Extensibility; Unlimited.

## Referências

- [1] Brouwer, L.E.J. “On the Foundations of Mathematics”, PhD thesis, University of Amsterdam, Amsterdam, 2014. Reprinted in [Heyting, 1975].
- [2] Cantor, Georg, “Über eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre,” *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*, 1: pp. 75–78. In Cantor (1932), pp. 278–280. English trans. in [Ewald 1996], vol.2.
- [3] Dummett, Michael, *The Seas of Language*, Clarendon Press, Oxford, 1993b.

## TOWARDS RECURSION SCHEMATA FOR THE PROBABILISTIC CLASS PP

*Isabel Oitavem, Reinhard Kahle*

CMAF-UL and FCT-UNL

e-mail: oitavem@fct.unl.pt

kahle@mat.uc.pt

**Resumo:** Our goal is to explore the potential of *pointers* in recursion-theoretic contexts as a tool to characterize probabilistic classes of computational complexity. In this talk we study  $PP$ , the class of decision problems solvable by probabilistic Turing machines in polynomial time with an error probability of less than  $\frac{1}{2}$  for all instances.

It is well-known that  $PP$  contains  $NP$  and that it is contained in  $Pspace$ ; it is open whether these inclusions are proper or not.

In previous work of the first author, the use of recursion schemes with pointers lead to characterizations of  $NP$  and  $FPspace$ , [3, 2]. On this base, our objective consists in extending/restricting the recursion schemes for  $NP$  and  $FPspace$ , respectively, in an appropriate way to capture exactly the power of the class  $PP$ . As a result of the *work in progress*, reported here, we get a purely recursion-theoretic characterization of the probabilistic class  $PP$ .

The characterization comes in two stages,  $ST_P$  and  $ST_{PP}$ , where  $ST_P$  characterizes the functions computable in polynomial time by deterministic Turing machines [1].  $ST_{PP}$  results then from “strengthening”  $ST_P$  with a scheme designed to characterize the decision problems of  $PP$ .

**palavras-chave:** computational complexity; recursion schemes with pointers; probabilistic class PP.

## Referências

- [1] S. Bellantoni e S. Cook, “A new recursion-theoretic characterization of the poly-time functions”, *Computational Complexity*, Vol. 2 (1992), pp. 97-110.
- [2] I. Oitavem, “Characterizing Pspace with pointers”, *Mathematical Logic Quarterly*, Vol. 54, No. 3 (2008), pp. 317-323.
- [3] I. Oitavem, “A recursion-theoretic approach to NP”, *Annals of Pure and Applied Logic*, Vol. 162 (2011), pp. 661-666.



## O-MINIMALITY AND SHEAF COHOMOLOGY

*Mário Edmundo, Luca Prelli*

Instituição: Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais

e-mail: [edmundo@cii.fc.ul.pt](mailto:edmundo@cii.fc.ul.pt)

e-mail: [lmprelli@fc.ul.pt](mailto:lmprelli@fc.ul.pt)

**Resumo:** Model theory is a field which investigates possible applications of methods of mathematical logic in other areas of mathematics. The recent impact of model theoretic techniques in algebra, algebraic geometry, number theory, has been remarkable. O-minimality is the analytic part of model theory and deals with theories of ordered, hence topological, structures satisfying certain tameness properties. It generalizes semi-algebraic and subanalytic geometry and it is claimed to be the formalization of Grothendieck’s notion of tame topology (topologie modérée). Model theory has strong connections to other branches of mathematics as algebra, analysis and geometry and its results often have implications in these areas. The geometry of definable sets have had an impact in the theory of definable groups. For example: the triangulation theorem allows the development of an o-minimal singular (co)homology with Hurewicz theorem, Künneth formula, Poincaré duality and degree theory which are essential ingredients in the proof of Pillay’s (resp., compact domination) conjecture in the field case (a non-standard analogue of Hilbert’s 5<sup>th</sup> problem for locally compact topological groups). The aim of our work is to contribute to the development of the theory of o-minimal sheaf cohomology by defining the six Grothendieck operations in this setting. Beside their own interest, these constructions will provide the main missing ingredients to obtain general and unified proofs of some problems (e.g. Pillay’s and compact domination conjectures) of o-minimal geometry about definably compact definable groups in arbitrary o-minimal structures.

**palavras-chave:** O-minimal structures; homological algebra; sheaf theory.

## Unfolding Infectious Disease Studies

Gabriela Gomes, Instituto Gulbenkian de Ciência, Portugal

### Abstract:

The overarching goal of my current research is to empower infectious disease studies with the identification of dimensions where hidden phenomena may unfold. My research group develops and applies theory and methods to the design and analysis of specific host-pathogen studies, resulting in new protocols to assess intervention strategies. Our focus has two main components:

1) *Pathogen-dose dimension*. The impact of interventions against infectious diseases (such as vaccines, or other preventive or therapeutic tools) depends on the intensity of ongoing transmission (pathogen-dose dimension). Individual protection, on the other hand, varies between hosts, reflecting underlying biological variation and affecting population level protection. Owing to the nature of resistance mechanisms, distributions of protection entangle with pathogen dose in a way that can be decoupled by adequately representing the dose dimension. As a result, a global measure of protection that applies across epidemiological settings is extracted [1].

2) *Pathogen-evolution dimension*. Pathogens undergo genotypic and phenotypic evolution as they spread in a host population [2]. Moreover, biological and biomedical interventions are likely to modify pathogen evolution in ways that are difficult to predict. To the extent that epidemiological processes affect pathogen evolution, genetic sequencing is informative for the epidemiological model and starts to be used in inference studies.

Specific case studies in different host-pathogen systems are adopted to test and refine the representation of pathogen *dose* and *evolution* in mathematical models and study designs, while accurately monitoring host responses, over those axes, in intervention and non-intervention individuals. In the first instance, this provides freedom for quantitative and qualitative properties of the intervention mode of action to unfold. Further downstream in the modeling process, it allows for better anticipation of community strategies to face future outbreaks of infectious diseases and lead to more realistic impact assessment.

### References:

1. Gomes MGM, Lipsitch M, Wargo AR, Kurath G, Rebelo C, Medley GF, Coutinho A (2014) A missing dimension in measures of vaccination impacts. *PLOS Pathogens* 10(3): e1003849.
2. Parisi A, Lopes JS, Nunes A, Gomes MGM (2013) Heterogeneity in antibody range and the antigenic drift of influenza viruses. *Ecological Complexity* 14: 157-165.

## TOPOLOGY OPTIMIZATION OF SCAFFOLDS FOR BONE TISSUE ENGINEERING

*Paulo R. Fernandes*

IDMEC, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa  
e-mail: prfernan@dem.ist.utl.pt

Scaffolds for Bone Tissue Engineering should be able to provide temporary mechanical support and to promote cell proliferation and differentiation, as well as, oxygen and nutrient diffusion. Topology optimization is a suitable approach for bone scaffold design since it allows us to obtain well controlled microstructures that satisfy such requirements. In this lecture recent developments on scaffold design will be presented [1]. The scaffold is assumed to be a periodic porous material obtained by the repetition of a representative volume element (unit cell). The optimization problem is defined in order to obtain the optimal topology of the unit cell that satisfied the objective of maximum permeability (for cell proliferation and nutrient diffusion) and stiffness (to provide mechanical support). The elastic properties and permeability of the porous media are determined using asymptotic homogenization. There are several possibilities to define the optimization problem. Here a multi-criteria formulation is presented to optimize for permeability and stiffness concurrently as well as a formulation to optimize for one objective and consider the other as a constraint. A multiscale approach is also discussed. This methodology has demonstrated its capability to provide solutions of microstructures able to promote diffusion without compromising the mechanical properties. An advantage of the formulation proposed is to obtain tailored scaffolds when the considered strain field mimics the strain field on bone site where the bone substitute will be applied. Although those structures can be obtain using a suitable rapid prototyping manufacturing process, the best technique to apply as well as the material to use are still open issues. Thus, the assessment of the designed scaffold properties after fabrication as well as on its performance in vivo will also be discussed.

### References

- [1] M Dias, J Guedes, C Flanagan, S Hollister, PR Fernandes, Optimization of Scaffolds Design for Bone Tissue Engineering: Computational and Experimental Study, *Med Eng Phys*, 36:448-457, 2014

## ANÁLISE DE IMAGENS BIOMÉDICAS POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS

*João Manuel R. S. Tavares*

Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial,  
Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia,  
Universidade do Porto  
e-mail: [tavares@fe.up.pt](mailto:tavares@fe.up.pt)

**Resumo:** Nesta apresentação serão abordados métodos computacionais para análise de imagens biomédicas. Assim, serão descritos métodos para segmentar estruturas em imagens, realizar o seguimento de estruturas ao longo de sequências de imagem, emparelhar e alinhar estruturas análogas em imagens, bem como para reconstruir a forma 3D de estruturas a partir de imagens. Para a segmentação de estruturas, serão considerados métodos baseados em modelos deformáveis, como protótipos, modelos activos, modelos de distribuição pontual, de forma e de aparência ativa, e de *level-set*, bem como baseados em alinhamento de modelos pré-definidos. Por outro lado, para o seguimento de movimento serão apresentados métodos que usam técnicas de filtragem estocástica, otimização e de gestão de entidades. Já no que diz respeito à determinação de correspondências entre estruturas, serão expostos métodos baseados em modelizações físicas e geométricas, complementadas com procedimentos de optimização. Relativamente ao alinhamento de estruturas em imagens, quer em termos espaciais, quer em termos temporais, serão discutidos métodos que incluem modelizações físicas ou geométricas das estruturas, bem como transformações do espaço de representação e procedimentos de optimização. Finalmente, para a reconstrução da forma 3D de estruturas a partir de imagens, serão apresentados métodos baseados em escavação espacial, na segmentação de contornos 2D seguida da sua interpolação e construção da malha 3D respetiva, bem como a partir do alinhamento de modelos pré-construídos.

**palavras-chave:** Segmentação; Emparelhamento; Alinhamento; Seguimento; Reconstrução 3D.

**Agradecimento:** O trabalho a apresentar foi parcialmente desenvolvido no âmbito do projeto “Uma nova metodologia para Avaliação Móvel Supervisionada e Triagem de Risco de Lesões Cutâneas através de Monitorização Não-invasiva”, com a referência PTDC/BBB-BMD/3088/2012, financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT).

*In vitro, in silico, in vivo: PARA UMA FARMACOLOGIA INTELIGENTE*

*M. Paula Serra de Oliveira,*

Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

e-mail: poliveir@mat.uc.pt

**Resumo:** Na libertação convencional os fármacos, ministrados sistemicamente em doses elevadas, são rapidamente metabolizados, desaparecendo da janela terapêutica, mas provocando efeitos colaterais em órgãos e tecidos que não são alvo. Nas últimas décadas, foram realizados enormes progressos no âmbito da libertação de fármacos, passando a ser feita uma “entrega” directa, num órgão ou num tecido alvo, com um fluxo predefinido, adaptado às necessidades do paciente. Nesta apresentação será mostrado por que é que a matemática desempenha um papel central no desenvolvimento de uma farmacologia inteligente, simulando as características dos materiais e dos fármacos e as propriedades dos tecidos vivos. Serão referidos modelos de diferentes plataformas de libertação controlada e exibidas animações do metabolismo de fármacos *in vivo*.

**palavras-chave:** Libertação controlada de fármacos, modelos acoplados, equações integro diferenciais.

## Referências

- [1] J.Ferreira, Paula de Oliveira, P.Silva, J.Murta, “Numerical Simulation of Aqueous Humour Flow: From healthy to pathologic situations”, *Applied Mathematics and Computation*, No. 226 (2014), pp. 777-792.
- [2] J.Ferreira, M.Grassi, E.Gudino, Paula de Oliveira, “A 3D model for mechanistic control of drug release”, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol. 74, No. 3 (2014), pp. 620-633.
- [3] J.A. Ferreira, J. Naghipoor, Paula de Oliveira, “Analytical and Numerical Study of a coupled cardiovascular drug delivery model”, *to appear in Journal of Computational and Applied Mathematics*, DOI: 10.1016/j.cam.2014.04.021.

## INTERACÇÃO DAS ONDAS COM ESTRUTURAS FLUTUANTES

*Juha H Videman*

CAMGSD/Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico  
e-mail: `videman@math.ist.utl.pt`

**Resumo:** Modos aprisionados (*trapped modes*) são oscilações harmónicas localizadas, existentes em meios não limitados e designadas por ressonâncias acústicas, ondas costeiras e ondas de superfície Rayleigh-Bloch consoante o contexto. Esses modos podem ocorrer em ondas acústicas guiadas, em torno de estruturas flutuantes e de obstáculos submersos e ao longo de redes de difracção, e a sua detecção é de grande importância em diversas aplicações de engenharia tais como hidráulica fluvial, arquitectura naval, extração de petróleo, concepção de turbomáquinas, dispositivos de engate e semicondutores.

Com base na teoria linear das ondas de superfície, introduzimos condições que garantem a existência de ondas aprisionadas em torno de estruturas livremente flutuantes. Apresentamos vários exemplos de obstáculos que satisfazem as condições e, assim, suportam modos aprisionados.

**Palavras-chave:** Ondas em água; modos aprisionados; estruturas flutuantes.

## Referências

- [1] FS Cal, GAS Dias e JH Videman, “Existence of trapped modes in a periodic array of obstacles in a two-layer fluid”, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 65 (2012), pp. 273-292.
- [2] FS Cal, GAS Dias, SA Nazarov e JH Videman, “Linearised theory for surface and interfacial waves interacting with freely floating bodies in a two-layer fluid”, *ZAMP*, (to appear).
- [3] SA Nazarov e JH Videman, “Existence of edge waves along three-dimensional periodic structures”, *J. Fluid Mech.* Vol. 659 (2010), pp. 225-246.
- [4] SA Nazarov e JH Videman, “Trapping of water waves by freely floating structures in a channel”, *Proc. R. Soc. London A*, Vol. 659 (2011), pp. 3613-3632.

## DOIS PROBLEMAS SOBRE CARREGAMENTO DE VEÍCULOS ELÉCTRICOS

*Joana Cavadas<sup>1</sup>, Gonçalo Correia<sup>1,2</sup>, Xavier Fernandes<sup>1</sup>, João Gouveia<sup>1</sup>,  
Rodrigo Maia<sup>3</sup>, Joana Rebelo<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Universidade de Coimbra, <sup>2</sup> TU Delft, <sup>3</sup> Critical Software  
e-mail: [jgouveia@mat.uc.pt](mailto:jgouveia@mat.uc.pt)

### **Resumo:**

Este projecto nasceu de uma parceria com a empresa Critical Software, que no âmbito do projecto MobiOS nos propôs dois problemas de investigação operacional: O planeamento de uma rede de postos de carregamento de veículos eléctricos e a gestão em tempo real da calendarização de carregamentos num posto. Durante um ano, uma equipa de alunos de mestrado do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra trabalhou nestes problemas e apresentamos aqui as soluções que obtiveram.

**palavras-chave:** Veículos eléctricos; localização; escalonamento.

## ESTRATÉGIAS DE VACINAÇÃO EM EPIDEMIAS SAZONAIS

*Fabio Chalub, Paula Rodrigues, Paulo Doutor, Maria do Céu Soares*

Universidade Nova de Lisboa

e-mail: {chalub,pcpr,pjd,mcs}@fct.unl.pt

**Resumo:** Consideraremos uma população dividida em três classes: **S**uscetíveis, **I**nfeciosos e **R**ecuperados. A sua dinâmica segue um modelo SIR clássico ( $S + I \xrightarrow{\beta} 2I$ ,  $I \xrightarrow{\gamma} R$ ,  $R \xrightarrow{\alpha} S$ ) onde o termo de infeciosidade  $\beta(t)$  é uma função periódica. Incluímos no modelo uma função de vacinação  $p(t)$ , de tal forma que a transição  $S \xrightarrow{p} R$  também é permitida.

Mostraremos a existência de uma estratégia de vacinação ótima  $p_{\text{opt}}$ , no sentido de que qualquer outra estratégia capaz de prevenir o aparecimento de epidemias necessariamente implicará num esforço de vacinação não inferior ao de  $p_{\text{opt}}$ . Em alguns exemplos simples, seremos capazes de encontrar explicitamente  $p_{\text{opt}}$ .

Por fim, mostraremos como a vacinação voluntária (ou seja, em que cada indivíduo decide livremente, de acordo com a informação disponível se quer ser vacinado ou não) modifica a dinâmica dada por SIR. Para isto será necessário acoplar o sistema de equações diferenciais SIR com a modelação do comportamento humano, descrito via teoria de jogos.

**palavras-chave:** Modelos epidémicos, sistemas dinâmicos, teoria de jogos, comportamento racional.



## APROXIMAÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES COM DERIVADAS PARCIAIS, NÃO LINEARES, EM SUPERFÍCIES

*Raquel Barreira*

Escola Superior de Tecnologia do Barreiro/Instituto Politécnico de Setúbal  
e-mail: [raquel.barreira@estbarreiro.ips.pt](mailto:raquel.barreira@estbarreiro.ips.pt)

**Resumo:** Aplicações em áreas tão diversas como a do estudo da dinâmica de fluidos, ciência dos materiais, processamento de imagem, formação de padrões em superfícies biológicas, entre outras, requerem a resolução de equações com derivadas parciais, não lineares, em superfícies. Abordagens como o recurso à parametrização da superfície, com o objetivo de transportar os cálculos para um domínio plano ou definir a superfície implicitamente de forma a poder utilizar todas as técnicas existentes em  $\mathbb{R}^3$  têm inconvenientes conhecidos e revestem-se de dificuldade no tratamento de superfícies mais complexas e que possam evoluir ao longo do tempo. Dziuk e Elliott introduziram um método de elementos finitos para superfícies que evoluem e que foi utilizado nalgumas aplicações que serão apresentadas: movimento de curvas em superfícies, segmentação de imagens em superfícies e formação de padrões em superfícies com significado biológico.

**palavras-chave:** Equações diferenciais com derivadas parciais; método dos elementos finitos; superfícies; sistemas de reação-difusão.

## Referências

- [1] R. Barreira, C. M. Elliott e A. Madzvamuse, “The surface finite element method for pattern formation on evolving biological surfaces”, *J. Math. Biol.*, No. 63 (2011), pp. 1095-1119.
- [2] R. Barreira, “Numerical solution of non-linear partial differential equations on triangulated surfaces”, Tese de Doutoramento, University of Sussex, Reino Unido, 2009.
- [3] G. Dziuk e C. M. Elliott, “Finite element method for surface PDEs”, *Acta Numerica*, Vol. 22 (2013), pp. 289-396
- [4] A. Madzvamuse, H. S. Ndakwo e R. Barreira, “Cross-diffusion-driven instability for reaction-diffusion systems”, *J. Math. Biol.*, No. 27 (2014), pp. 262-292.

## MÉTODOS MATEMÁTICOS APLICADOS À ASTRONOMIA E ASTROFÍSICA

*João Fernandes*

CGUC, Departamento de Matemática e Observatório Geofísico e Astronómico da Universidade de Coimbra  
e-mail: [jmfernand@mat.uc.pt](mailto:jmfernand@mat.uc.pt)

**Resumo:** A ligação entre a Matemática e a Astronomia e/ou Astrofísica é secular. A História da Ciência assim o diz. De Eratóstenes a Le Verrier ou de Copérnico a Einstein são diversos os exemplos que podemos encontrar desta ligação. Com o advento da super-computação, a aplicação das metodologias matemáticas à resolução de problemas de astronómicos e/ou astrofísicos teve um incremento profundo, com relevantes resultados em múltiplas áreas. Nesta palestra abordaremos, em particular, o estudo da actividade solar (com uso de teoria Fuzzy Set [1] e de análise estatística de séries temporais [2]) e a determinação de parâmetros globais de estrelas (com uso de optimização PSwarm [3] e redes neuronais [4]), no âmbito de trabalhos envolvendo vários colaboradores, em que o autor participou. Assim, esta apresentação visa dar exemplos modernos de aplicações entre a Matemática e Astronomia e/ou Astrofísica procurando lançar a discussão e pistas para outras futuras aplicações.

**palavras-chave:** astronomia e astrofísica; aplicação de métodos matemáticos.

## Referências

- [1] Fonte, C. C.; Fernandes, J., “Application of Fuzzy Sets to the Determination of Sunspot Areas”, *Solar Physics*, Vol. 260, No. 1, (2009), pp. 21-41.
- [2] Gonçalves, E.; Mendes-Lopes, N.; Dorotovic, I.; Fernandes, J. M.; Garcia, A., “North and South Hemispheric Solar Activity for Cycles 21 - 23: Asymmetry and Conditional Volatility of Plage Region Areas”, *Solar Physics*, Vol. 289, No. 6 (2014), pp.2283-2296.
- [3] Fernandes, J. M.; Vaz, A. I. F.; Vicente, L. N., “Modeling nearby FGK Population I stars: A new form of estimating stellar parameters using an optimization approach”, *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 532, No. id.A20, (2011), 9 pp.

- [4] Pinheiro, F. J. G.; Simas, T.; Fernandes, J.; Ribeiro, R., “Application of neural networks to the study of stellar model solutions”, *New Astronomy*, Vol. 17, No. 7 (2012), pp.629-633.

## ASPETOS DOS ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS EM METROLOGIA

*Olivier Pellegrino, Luís Filipe Ribeiro, António Cruz, Eduarda Filipe*

Laboratório Nacional de Metrologia, IPQ, Rua António Gião, 2, 2829-513

Caparica, Portugal

e-mail: [opellegrino@ipq.pt](mailto:opellegrino@ipq.pt)

**Resumo:** A metrologia, ou ciência da medição, é de primeira importância em atividades humanas como as trocas e o conhecimento, abrangendo domínios tão diversos como a saúde, a segurança, a produção ou as finanças. De acordo com o “Vocabulário Internacional de Metrologia - Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2008 com ligeiras correções)” [1], a medição é um “processo de obtenção experimental dum ou mais valores que podem ser, razoavelmente, atribuídos a uma grandeza” e o valor duma grandeza é o “conjunto formado por um número e por uma referência”. É portanto essencial que a escrita dos números e os resultados das operações associadas, como o arredondamento, sejam universalmente reconhecidas e também, ironia a parte, conhecidas. Para isso, foram estabelecidas convenções e regras, que foram publicadas em normas internacionais, como pela Organização Internacional de Normalização (ISO) [2] ou pelo Instituto para os Engenheiros em Eletrónica e Eletricidade (IEEE) [3], ou em normas nacionais, como pela Organização Estado-unidense de Normalização (ASTM) [4, 5] ou pelo Organismo Português de Normalização (IPQ) [6]. Esta comunicação propõe lembrar as regras em vigor quanto aos arredondamentos para escrita dos valores numéricos de grandezas, com base das normas produzidas pelas organizações citadas. Através de alguns exemplos de aplicação, uma uniformização é sugerida para a apresentação dos valores numéricos dos resultados de medição. Com a recente proposta pelo Bureau Internacional dos Pesos e Medidas (BIPM) de definir as unidades de base do sistema internacional de medida (SI) a partir de constantes fundamentais em vez de artefactos [7], a correta utilização do número de algarismos significativos tem consequências sobre valores estipulados a utilizar das constantes fundamentais. Em particular, o significado de contagem associado ao número ou constante de Avogadro já levantou questões quanto à respectiva escrita [8].

**palavras-chave:** Metrologia; Algarismos significativos.

## Referências

- [1] Vocabulário Internacional de Metrologia - Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2008 com ligeiras correções), IPQ, 2012.
- [2] ISO/IEC 10976-2-2001 for Language Independent Arithmetic. International Standards Organization. Geneva, Switzerland.
- [3] IEEE, ANSI/IEEE Standard 754-1985 for binary floating-point arithmetic, 1985. The Institute of Electrical and Electronic Engineers.
- [4] ASTM E 29 1967 (2013). “Standard Practice for Using Significant Digits in Test Data to Determine Conformance with Specifications”.
- [5] ASTM D3244 (2012). “Standard Practice for Utilization of Test Data to Determine Conformance with Specifications”.

## 2 ASPETOS DOS ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS EM METROLOGIA

---

- [6] NP 37:2009. “Arredondamento dos valores numéricos”.
- [7] “On the possible future revision of the SI”. Disponível em: [http://www.bipm.org/en/si/new\\_si/](http://www.bipm.org/en/si/new_si/)
- [8] F. Pavese. “Rounding and notation, namely when using stipulations in the definition of measurement units”, Measurement 46 (2013) 3725.

## SHORT INTRODUCTIONS BY EXAMPLE TO COQ AND PROVABLE SECURITY

*Jaime Gaspar*

Universitat Rovira i Virgili, Department of Computer Engineering and Mathematics, UNESCO Chair in Data Privacy, Av. Països Catalans 26, E-43007 Tarragona, Catalonia, [jaime.gaspar@urv.cat](mailto:jaime.gaspar@urv.cat). Centro de Matemática e Aplicações (CMA), FCT, UNL. Financially supported by the Martí Franquès Research Fellowship Programme grant number 2013PMF-PIPF-24 of the Universitat Rovira i Virgili. The author is with the UNESCO Chair in Data Privacy, but the views expressed in this talk are his own and do not commit UNESCO.

**Resumo:** In this talk we give very elementary introductions, by means of very simple examples, to two topics in the intersection of mathematics, science and technology: *Coq* and *provable security*. We treat the topics separately and we keep the talk short, simple and sweet.

Coq It is a proof assistant: computer programs that help mathematicians to prove theorems and to formally verify the correctness of proofs, and are today one of the more exciting areas in the intersection of mathematics and computer science. We introduce Coq by the following example: the proofs of

- if  $\leq$  is a non-strict partial order, then  $<$  defined by  $x < y \Leftrightarrow x \leq y \wedge x \neq y$  is a strict partial order;
- if  $<$  is a strict partial order, then  $\leq$  defined by  $x \leq y \Leftrightarrow x < y \vee x = y$  is a non-strict partial order.

Provable security It is an area in cryptography where we rigorously

- define a *cipher*;
- define a *notion of security*;
- prove that the *cipher* is *secure*;

and so it addresses one of today’s most important questions: are our ciphers secure? We introduce provable security by the following example:

cipher = one-time pad,  
notion of security = perfect secrecy.

**Palavras-chave:** Coq; proof assistant; formal verification; partial order; provable security; cryptography; one-time pad; perfect secrecy.

## ANÁLISE EMPÍRICA DA QUALIDADE DO AR NO BARREIRO

M. F. Teodoro<sup>a,b</sup>, J. N. Garcia<sup>a</sup>, L. M. Coelho<sup>a</sup>, M. G. Carvalho<sup>c,d</sup>

<sup>a</sup> ESTSetúbal, Inst. Politécnico de Setúbal, Estefanilha, 2910-761 Setúbal, Portugal

<sup>b</sup> CEMAT, Inst. Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

<sup>c</sup> Inst. Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

<sup>d</sup> European Parliament, Brussels, Belgium

e-mail: maria.teodoro@estsetubal.ips.pt

**Resumo:** O principal objectivo do trabalho é estudar o impacto da poluição atmosférica na saúde das crianças em algumas regiões de Portugal, em particular na cidade de Barreiro. À semelhança do estudo realizado na cidade de S. Paulo [1], usamos modelos lineares generalizados [3] como ferramenta para estimar a relação entre a qualidade do ar e a saúde infantil. Pretende-se obter modelos matemáticos que traduzam o efeito da dispersão [4] de pequenas partículas poluentes no ar (medida da qualidade do ar) no número de entradas de crianças com problemas respiratórios na urgência de pediatria do Hospital do Barreiro. Foi difícil encontrar relações claras e inequívocas. Depois de um tratamento prévio de dados, alguns modelos são estimados e validados. Numa segunda etapa, os melhores modelos são seleccionados através de testes de validação e análise resíduo [2]. Os resultados são promissores, mas aquém do esperado. A estimação de modelos utilizando outros métodos estatísticos multivariados está a decorrer.

**palavras-chave:** Qualidade do Ar; Saúde; Modelos Lineares Generalizados.

## Referências

- [1] Conceição G.M.S, Saldiva P. H. N., Singer J. M., “Modelos MLG e MAG para análise da associação entre poluição atmosférica e marcadores de morbi-mortalidade: uma introdução baseada em dados da cidade de São Paulo”, *Rev. Bras. Epidemiol.* 2006, Vol. 4, No. 3 (2001), pp. 206-219.
- [2] Garcia J. “Dispersão de Partículas, Qualidade do Ar e Saúde”, Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Portugal, submetida.
- [3] Turkman M. A., Silva G. *Modelos Lineares Generalizados: da teoria à prática*, Sociedade Portuguesa de Estatística, 2000.
- [4] Who, *Guidelines for indoor air quality: selected pollutants*, World Health Organization, 2010.

## METODOLOGIAS DE INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL APLICADAS A PLANEAMENTO AGRÍCOLA: DOIS CASOS DE ESTUDO

*Margarida Vaz Pato, CIO e ISEG, ULisboa<sup>1</sup>*

*Helenice de Oliveira Florentino, IBB, UNESP, SP Brasil<sup>2</sup>*

*Angelo Aliano Filho, IMECC, UNICAMP, SP Brasil<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>`mpato@iseg.utl.pt`

<sup>2</sup>`helenice@ibb.unesp.br`

<sup>3</sup>`angeloaliano@hotmail.com`

**Resumo:** A Investigação Operacional e, em particular, a otimização combinatória têm variadíssimos domínios de aplicação. Um dos domínios clássicos é o planeamento agrícola, incluindo seleção de culturas, gestão florestal, produção de rações para animais, controlo de pragas e desenho de sistemas de irrigação. Esta apresentação centrar-se-á em estudos no âmbito da otimização combinatória realizados a partir de dois problemas de plantação em regiões de forte índole agrícola. Um destes problemas respeita á seleção de variedades de cana-de-açúcar, tendo em conta objetivos económicos e ambientais, e o outro ao cultivo de produtos hortícolas evitando o desenvolvimento de pragas e maximizando o rendimento, num determinado horizonte temporal. Estes problemas são classificados do ponto de vista da teoria da complexidade computacional como NP-difíceis. Nesta comunicação serão ainda dados alguns detalhes sobre as provas da complexidade computacional, para além de serem apresentadas modelizações em programação linear inteira e métodos não exatos, nomeadamente metaheurísticas genéticas e de pesquisa local. Serão igualmente apresentados alguns dos resultados computacionais obtidos a partir de instâncias reais dos referidos problemas.

**palavras-chave:** Programação inteira; Metaheurísticas; Agricultura.



## MAXIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE TRANSPLANTES RENAIIS COM PROGRAMAÇÃO INTEIRA

*Miguel Constantino,*

Centro de Investigação Operacional - Faculdade de Ciências - Universidade de Lisboa  
e-mail: [mfconstantino@ciencias.ulisboa.pt](mailto:mfconstantino@ciencias.ulisboa.pt)

**Resumo:** Atualmente o transplante de rim é a melhor opção para os doentes com insuficiência renal. Em Portugal, a maior parte dos rins transplantados provêm de cadáveres, mas são manifestamente em número insuficiente dadas as longas listas de espera. Uma alternativa consiste no transplante de rins de dadores vivos, uma vez que uma pessoa saudável pode viver perfeitamente com um rim apenas. Normalmente estes dadores são familiares ou amigos do paciente, mas infelizmente nem todos os transplantes podem ser efetuados, devido a incompatibilidade de grupo sanguíneo ou de antígenos.

Para os pacientes que têm um possível dador incompatível, existe uma outra oportunidade de obtenção de um rim, através de um programa de doação cruzada. Estes programas têm como base um conjunto de pares dador-paciente incompatíveis, e visam determinar alternativas de transplantação. Na sua forma mais simples, a doação cruzada consiste numa “troca” de rins entre dois pares dador-paciente  $(D_1, P_1)$  e  $(D_2, P_2)$ : se  $D_1$  for compatível com  $P_2$  e  $D_2$  com  $P_1$ , os transplantes podem ser efetuados e os dois pacientes recebem rins. Quando o número de pares envolvidos é elevado, a afetação ótima de dadores a pacientes torna-se num problema combinatório complexo.

Nesta palestra começamos por descrever o problema, apresentando a sua modelação com recurso à teoria dos grafos e referindo alguns aspetos sobre a sua complexidade. De seguida são descritas algumas formulações em programação inteira. Finalmente discutem-se as vantagens relativas das várias formulações apresentadas.

**P** Programação Inteira; Doação Renal Cruzada; Grafos.

## UMA DECOMPOSIÇÃO E UMA MATHEURÍSTICA PARA PROBLEMAS DE GESTÃO FLORESTAL COM RESTRIÇÕES NAS ÁREAS DAS CLAREIRAS

*Isabel Martins, Filipe Alvelos, Miguel Constantino*

Centro de Investigação Operacional, Instituto Superior de Agronomia

`isabelinha@isa.ulisboa.pt`

Centro de Algoritmi, Universidade do Minho

`falvelos@dps.uminho.pt`

Centro de Investigação Operacional, Faculdade de Ciências de Lisboa

`miguel.constantino@fc.ul.pt`

**Resumo:** Descreve-se um modelo de decomposição e uma matheurística para problemas de gestão florestal com restrições de clareiras. O modelo pode ser visto como uma decomposição Dantzig-Wolfe da designada formulação *bucket* (formulação compacta de programação linear inteira mista) [2]. A matheurística é baseada naquele modelo e na geração de colunas e depende da interação entre a geração de colunas e um *solver* para problemas de programação inteira mista [1]. Para instâncias de referência [3], compara-se a qualidade das soluções obtidas com a formulação compacta e com a geração de colunas seguida da resolução do problema mestre restrito inteiro (MipHeur). Conclui-se que a matheurística gera, em geral, melhores soluções do que as outras duas abordagens para pequenas e médias instâncias, enquanto que a abordagem MipHeur é a melhor para instâncias grandes.

**palavras-chave:** Gestão florestal; Matheurística; Geração de colunas.

## Referências

- [1] F. Alvelos, A. Sousa e D. Santos, “Combining column generation and metaheuristics”, In: E.G. Talbi (ed.) *Hybrid Metaheuristics, Studies in Computational Intelligence*, Vol. 434, pp. 285-334, Springer Berlin, 2013.
- [2] M. Constantino, I. Martins e J. G. Borges, “A New Mixed-Integer Programming Model for Harvest Scheduling Subject to Maximum Area Restrictions”, *Operations Research*, Vol. 56, No. 3 (2008), pp. 542-551.
- [3] I. Martins, F. Alvelos e M. Constantino, “A branch-and-price approach for harvest scheduling subject to maximum area restrictions”, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 51 (2012), pp. 363-385.

## PROBLEMA DE COMPLEMENTARIDADE DE VALORES PRÓPRIOS: APLICAÇÕES E ALGORITMOS

*Luís Merca Fernandes*

Instituto Politécnico de Tomar and Instituto de Telecomunicações

e-mail: lmerca@co.it.pt

**Resumo:** O Problema de Complementaridade de Valores Próprios (EiCP, do inglês Eigenvalue Complementarity Problem) encontra várias aplicações em ciência e engenharia e difere do problema tradicional Problema de Valores Próprios na existência de restrições de não negatividade nas variáveis e de restrições de complementaridade entre variáveis da forma  $x_i w_i = 0$ . Nesta comunicação o EiCP e algumas das suas extensões são primeiramente apresentadas.

O caso simétrico é tratado seguidamente e assume que são simétricas todas as matrizes envolvidas na sua definição. O EiCP simétrico é equivalente à determinação de um ponto estacionário de uma função de mérito não linear apropriada no simplex. Um algoritmo de gradiente-projectado é introduzido para resolver o EiCP simétrico explorando essa formulação.

Um algoritmo enumerativo é desenvolvido para a resolução do EiCP não simétrico através da determinação de um mínimo global de um determinado programa não linear (NLP) e requer em cada nó o cálculo de um ponto estacionário do NLP através duma técnica de optimização local (MINOS).

Alguma experiência computacional é apresentada para demonstrar a eficácia e a eficiência dos algoritmos de gradiente-projectado e enumerativo para a resolução do EiCP.

**palavras-chave:** Otimização Global; Programação Não Linear; Problemas Complementares; Problemas de Valores Próprios.

## OTIMIZAÇÃO ROBUSTA ADAPTATIVA APLICADA A UM PRODUTOR DE ELETRICIDADE EM AMBIENTE DE MERCADO

*Ricardo M. Lima, Augusto Q. Novais, Antonio J. Conejo*

Laboratório Nacional de Energia e Geologia, (LNEG) I.P., Lisboa, Portugal

CEG-IST, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal

ISE | ECE, The Ohio State University, OH, USA

e-mail: [ricardo.lima@lneg.pt](mailto:ricardo.lima@lneg.pt)

[augusto.novais@lneg.pt](mailto:augusto.novais@lneg.pt)

[conejonavarro.1@osu.edu](mailto:conejonavarro.1@osu.edu)

**Resumo:** Esta apresentação aborda a otimização sob incerteza do escalonamento e participação no mercado de eletricidade de um produtor de eletricidade. Este produtor opera uma central virtual de produção constituída por uma fonte térmica, uma hídrica e um parque eólico. A abordagem utilizada baseia-se numa técnica de optimização robusta adaptativa implementada em dois passos. No problema estudado a produção de energia eólica e o preço da electricidade no mercado são considerados incertos e descritos por conjuntos convexos de incerteza. Para resolver este problema são propostas duas variantes de algoritmos baseados em geração de colunas, e as correspondentes propriedades serão analisadas. Será dada especial atenção à derivação dos dois problemas utilizados em cada algoritmo. Os dois algoritmos são utilizados para resolver dois casos de estudo, e serão apresentados resultados computacionais, e estratégias ótimas de produção e participação no mercado em função de diferentes níveis de risco. Do ponto de vista computacional, os algoritmos estudados têm um desempenho semelhante para um determinado conjunto de casos, enquanto que para casos mais complexos um dos algoritmos apresenta um desempenho superior. Na análise do impacto dos diferentes níveis de risco no escalonamento e participação no mercado foram obtidos resultados interessantes e menos intuitivos, que serão alvo de discussão.

**palavras-chave:** Otimização robusta; Energia; Otimização sob incerteza

## GLODS: UM NOVO ALGORITMO PARA PROCURA DIRECTA LOCAL E GLOBAL

*A. L. Custódio e J. F. A. Madeira*

Instituição FCT-UNL / CMA e IDMEC / IST / ISEL

e-mail: [alcustodio@fct.unl.pt](mailto:alcustodio@fct.unl.pt)

[jaguiilar@tecnico.ulisboa.pt](mailto:jaguiilar@tecnico.ulisboa.pt)

**Resumo:** Em geral, a localização e identificação do mínimo global de uma função é uma tarefa difícil e computacionalmente dispendiosa, cuja complexidade aumenta na impossibilidade de se utilizar as derivadas das funções que definem o problema. Neste trabalho propõe-se uma nova classe de métodos, adequada à determinação do mínimo global de uma função num conjunto compacto, na ausência de derivadas das funções que definem o problema ou de uma qualquer sua aproximação.

Qualquer algoritmo pertencente a esta classe baseia-se numa estratégia de procura directa direccional, alternando entre um passo de procura e um passo de sondagem. No passo de procura explora-se a região admissível do problema, inicializando novas procuras directas direccionais em zonas promissoras ou ainda não exploradas. O passo de sondagem faz evoluir cada uma destas procuras directas, eventualmente até se atingir a respectiva convergência.

Mais do que uma estratégia de multi-inicializações, utilizando a procura directa como método de optimização local, as diferentes procuras directas irão fundir-se quando suficientemente próximas entre si. O objectivo é terminar com tantas procuras directas activas quanto o número de mínimos locais do problema, o que facilmente permitiria a identificação do correspondente mínimo global.

Apresentaremos em detalhe a estrutura algorítmica proposta e os principais resultados de convergência associados. Serão ainda reportados resultados numéricos que evidenciam a competitividade do código com algoritmos de optimização global sem recurso a derivadas comumente utilizados pela comunidade de optimização.

**palavras-chave:** Optimização sem derivadas; optimização global; procura em padrão; multi-inicializações.

## ABORDAGEM BAYESIANA NÃO PARAMÉTRICA DO PROBLEMA DE TRIAGEM

*Sandra Ramos, Antónia Amaral Turkman, Marília Antunes*

CEUAL/IPP, CEUAL/FCUL, CEUAL/FCUL

e-mail: [sfr@isep.ipp.pt](mailto:sfr@isep.ipp.pt)

[antonia.turkman@fc.ul.pt](mailto:antonia.turkman@fc.ul.pt)

[marilia.antunes@fc.ul.pt](mailto:marilia.antunes@fc.ul.pt)

**Resumo:** O procedimento de triagem envolve a construção de uma região de especificação  $C_{\mathbf{X}}$ , no espaço  $d$ -dimensional, de modo a que um indivíduo futuro com um vector de características em  $C_{\mathbf{X}}$  tenha maior probabilidade de ser identificado como um *sucesso* (a resposta  $Y$  pertence a uma região conhecida  $C_Y$ ). Na abordagem preditiva bayesiana a obtenção da região  $C_{\mathbf{X}}$  é baseada num critério óptimo assente na maximização de  $P(Y \in C_Y | \mathbf{X} \in C_{\mathbf{X}}; D)$ , restringida à classe das regiões  $C_{\mathbf{X}}$  com probabilidade preditiva de triagem  $\alpha = P(\mathbf{X} \in C_{\mathbf{X}} | D)$  fixa. Em literatura já publicada, a construção da região  $C_{\mathbf{X}}$  baseia-se habitualmente em modelos paramétricos para  $(Y, \mathbf{X})$  e ou modelos semiparamétricos mais flexíveis.

Neste trabalho, propõe-se uma abordagem totalmente não paramétrica que considera um modelo bayesiano, baseado em mistura por um processo de Dirichlet dependente para  $Y | \mathbf{X}$  e em mistura por um processo de Dirichlet para  $\mathbf{X}$ . A metodologia proposta é ilustrada através de simulações e de conjuntos de dados reais descritos na literatura. São apresentados resultados de comparações de desempenho entre a abordagem proposta e outras abordagens já existentes.

**palavras-chave:** triagem; modelação não paramétrica; abordagem bayesiana.

### Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia - FCT: Projecto *PTDC/MAT/118335/2010* e *Pest – OE/MAT/UI0006/2014*.

## ABORDAGEM BAYESIANA NÃO PARAMÉTRICA PARA O ESTUDO DA ADEQUAÇÃO DE MODELOS

*Maria J. Polidoro e Fernando J. Magalhães*

Instituto Politécnico do Porto

e-mail: [mjp@estgf.ipp.pt](mailto:mjp@estgf.ipp.pt)

[fjmm@iscap.ipp.pt](mailto:fjmm@iscap.ipp.pt)

*Maria A. Amaral Turkman*

Faculdade Ciências da Universidade de Lisboa

e-mail: [maturkman@fc.ul.pt](mailto:maturkman@fc.ul.pt)

**Resumo:** A base de muitas metodologias estatísticas pressupõe que um determinado modelo probabilístico paramétrico se ajusta a um conjunto de dados observados. Se esta suposição falha, a qualidade das inferências realizadas é posta em causa. Uma das soluções proposta pela abordagem bayesiana, para o estudo da adequabilidade de um modelo, consiste em definir um modelo bayesiano não paramétrico alternativo que incorpore o modelo paramétrico em estudo. Seguidamente, a averiguação da adequabilidade do modelo proposto é feita através de métodos de comparação de modelos, destacando-se o factor de Bayes como método de eleição para a comparação.

Neste trabalho, propõe-se um teste de ajustamento bayesiano não paramétrico para o estudo da adequabilidade do modelo exponencial, que considera um modelo bayesiano alternativo baseado em mistura de árvores de Pólya. São ainda apresentados os resultados de um estudo de simulação, sobre o desempenho do teste de ajustamento bayesiano com alguns dos testes de ajustamento clássicos.

**palavras-chave:** teste de ajustamento bayesiano não paramétrico; factor de Bayes; mistura finita de árvores de Pólya; estudo de simulação.

**Agradecimentos:** Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia, no âmbito do projecto PEst-OE/MAT/UI0006/2014.

## A BAYESIAN SEMI-PARAMETRIC APPROACH FOR THE ANALYSIS OF T-CELL RECEPTOR DIVERSITY

*N. Sepúlveda<sup>a,b</sup>, C. D. Paulino<sup>b,c</sup>, M. Guindani<sup>d</sup>, Peter Mueller<sup>e</sup>*

<sup>a</sup> London School of Hygiene and Tropical Medicine, London, United Kingdom

<sup>b</sup> Center of Statistics and Applications of University of Lisbon, Lisbon, Portugal

<sup>c</sup> Instituto Superior Técnico, Lisbon, Portugal

<sup>d</sup> University of Texas M. D. Anderson Cancer Center, Houston, USA

<sup>e</sup>University of Texas at Austin, USA

e-mails: `nuno.sepulveda@lshtm.ac.uk`

`dpaulino@math.ist.utl.pt`

`mguindani@mdanderson.org`

`pmueller@math.utexas.edu`

**Abstract:** In immunology, the T-cell receptor (TCR) diversity is instrumental to understand how the immune system correctly discriminates harmful microorganisms from body components. As in species diversity studies, this quantity is only accessible by means of estimation based on a sample of TCR sequences. Similar to species-abundance distribution in Ecology, the so-called sequence-abundance distribution is the core of the whole analysis. The primary aim is to estimate the total number of unseen TCR types by fitting simple parametric models to that distribution [1]. However, theoretical studies on T-cell physiology have recently shown that the sequence-abundance distribution results from a complex and intricate mixture of different TCR populations (reviewed in ref. [2]). Thus, although fitting well to available data, current parametric solutions for TCR estimation seem unlikely to provide reliable estimates. Here we propose a flexible Bayesian semi-parametric model where TCR sequences are sampled according to a Poisson distribution with a given rate that, in turn, varies with another but yet unknown probability distribution [3]. We assume a Dirichlet process for this second level distribution using an appropriate Gamma distribution as the centre measure. We illustrate the proposed model with previously published data on type I diabetes, a disease caused by erroneous immune responses to pancreatic cells. We also simulate data from realistic immunological settings to demonstrate the superiority of our method in relation to current parametric counterparts.

**Keywords:** Poisson mixture models; Bayesian parametric and semiparametric analysis.



## Referências

- [1] Sepúlveda, N., Paulino, C. D., Carneiro, J. (2010). Estimation of T-cell repertoire diversity and clonal size distribution by Poisson abundance models. *J. Immunol. Methods* 353:124–137.
- [2] Sepúlveda, N. (2009). *How is the T-cell repertoire shaped?* PhD thesis, University of Oporto, Portugal.
- [3] Guindani, M., Sepúlveda, N., Paulino, C. D., Mueller, P. (2014). A Bayesian semiparametric approach for the differential analysis of sequence counts data. *Appl. Statist.* 63:385–404.

## SELEÇÃO BAYESIANA DE MODELOS - APLICAÇÃO A SÉRIES DE CONTAGEM

*Isabel Pereira*

Universidade de Aveiro, CIDMA

e-mail: [isabel.pereira@ua.pt](mailto:isabel.pereira@ua.pt)

**Resumo:** Os métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov, referidos como MCMC, constituem um dos mais notáveis avanços na estatística nos últimos 30 anos. De uma forma geral aplicam-se algoritmos MCMC para obter distribuições *a posteriori* dos parâmetros do modelo. Existe uma série de aproximações bayesianas para fazer a seleção de modelos, destacando-se o DIC (*Deviance Information Criterion*) e os fatores de Bayes (ver Spiegelhalter *et al*, 2002). No entanto o algoritmo de Monte Carlo via cadeias de Markov com saltos reversíveis (RJMCMC) introduzido por Green (1995) permite tratar simultaneamente a questão da seleção do modelo e da estimação dos parâmetros. Neste trabalho começa-se por se introduzir o procedimento RJMCMC, exemplificando o seu funcionamento num problema de mudança de ponto. Depois, apresentam-se os modelos de contagem com estrutura autorregressiva e aplica-se o algoritmo referido com o objetivo de, além de estimar os parâmetros, fazer a seleção do modelo através da determinação da sua ordem.

**palavras-chave:** inferência bayesiana; MCMC.

## Referências

- [1] Green, P.J., “Reversible jump Markov chain monte Carlo computation and Bayesian model determination”, *Biometrika*, Vol. 82, (1995), pp. 711-732.
- [2] Spiegelhalter, D.J., Best, N.G., Carlin, B.P. e van der Linde, A., “Bayesian measures of model complexity and fit (with discussion)”, *J. of the Royal Statistical Society, B*, Vol. 64, (2002), pp. 583-639.

## PARAMETER ESTIMATION OF BILINEAR PROCESSES USING APPROXIMATE BAYESIAN COMPUTATION (ABC)

*P. de Zea Bermudez, M. A. Amaral Turkman, K. F. Turkman*

CEAUL and Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

e-mail: [pcbermudez@fc.ul.pt](mailto:pcbermudez@fc.ul.pt)

[maturkman@fc.ul.pt](mailto:maturkman@fc.ul.pt)

[kfturkman@fc.ul.pt](mailto:kfturkman@fc.ul.pt)

**Resumo:** The class of bilinear models (see [1]) plays an important role in modeling nonlinearity for various reasons, such as the fact that it is an obvious generalization of ARMA models. However, bilinear models are not frequently used in practice due to inference problems. The conditions of stationarity and invertibility cannot be written in terms of the model parameters in an easy form and the likelihood is difficult to handle. Particularly for heavy-tailed data, conditional least squares and quasi-likelihood methods do not seem to give good results. ABC algorithms arise as ways to deal with likelihood functions difficult to handle or even intractable (see [2]). In this framework, establishing an ABC protocol for such nonlinear systems seems to be a good idea. The major challenge is to find a set of statistics capable of representing the nonlinear dynamics of the system. In this work, we suggest seven statistics, namely a portmanteau statistic that captures the linear time dynamics through the empirical autocorrelations, an estimator of the tail index, which quantifies the tail heaviness and the extremal index that measures the degree of clustering of large values. The implemented method is based on the recently proposed method by [3] which used  $k$ -nearest neighbor techniques. We apply these strategies to a simple first order bilinear model for different i.i.d. innovation processes.

**palavras-chave:** Bayesian computation; Bilinear Models.

## Referências

- [1] T. Subba Rao and M. M. Gabr *An Introduction to Bispectral Analysis and Bilinear Time Series Models*, Springer-Verlag, New York, 1984.
- [2] P. Marjoram, J. Molitor, V. Plagnol e S. Tavaré “Markov chain Monte Carlo without likelihoods”, *Proc Natl Acad Sci U S A*, Vol. 100, 26, 2003, pp. 15324 - 15328.
- [3] G. Biau, F. Cérou and A. Guyader (2012). New insights into Approximate Bayesian Computation (submitted).

## UM BREVE PASSEIO PELO CAMPO COMPUTACIONAL BAYESIANO

*Paulo Soares e Valeska Andreozzi*

CEAUL/IST e Exigo Consultores/Faculdade de Ciências Médicas da UNL

e-mail: paulo.soares@tecnico.ul.pt

valeska.andreozzi@exigoconsultores.com

### Resumo:

Há já muito tempo que a estatística não pode passar sem o auxílio permanente de poderosos meios computacionais. Em particular, a análise bayesiana de grandes conjuntos de dados recorrendo a modelos cada vez mais complexos vem criando necessidades de cálculo que não param de crescer. O desenvolvimento teórico de metodologias e algoritmos que permitem analisar distribuições *a posteriori* arbitrárias tem acompanhado essas necessidades e, desde o início da década de 90 do século passado, que o progresso da estatística bayesiana está fortemente ligado à produção de software que muito tem contribuído para a divulgação e afirmação dessa visão da estatística.

Neste trabalho apresentamos as principais estrelas da paisagem computacional bayesiana, desde o pioneiro BUGS [2] até ao mais recente STAN [3], assinalando as características comuns e ilustrando algumas das suas diferenças. Destacaremos ainda o papel central do software R [1], que se vem afirmando como a língua franca da estatística computacional e que pode servir de interface para todas as aplicações que iremos abordar, fornecendo assim uma plataforma única para o pré-processamento de dados, o uso das diferentes aplicações bayesianas e a análise de resultados.

**palavras-chave:** Estatística bayesiana, Computação estatística.

### Referências

- [1] R Core Team (2013). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*
- [2] Spiegelhalter, D. and Thomas, A. and Best, N. and Gilks, W. (1997) *BUGS – Bayesian inference using Gibbs sampling: Version 0.6*. MRC Biostatistics Unit, Cambridge.
- [3] Stan Development Team (2013) *Stan Modeling Language User’s Guide and Reference Manual, Version 1.3*.

## DINÂMICA CAÓTICA PERTO DE UMA REDE HOMOCLÍNICA ASSOCIADA A UM BIFOCO

*Alexandre A. P. Rodrigues,*

Centro de Matemática da Universidade do Porto

e-mail: `alexandre.rodrigues@fc.up.pt`

**Resumo:** Do desdobramento de singularidades nilpotentes, é conhecida a existência de redes homoclínicas associadas a um bifoco [1]. No caso não ressonante, o tratamento analítico da dinâmica perto desta rede é bastante complicado, devido à forte distorção que as trajectórias sofrem enquanto acompanham a rede – veja-se [3, 4]. Usando técnicas essencialmente geométricas, nesta sessão vai-se descrever as ferraduras suspensas que existem perto de um dos ciclos da rede, independentemente de qualquer condição acerca do espectro do bifoco, enfatizando o fenómeno de sombreamento e a hiperbolicidade uniforme das ferraduras.

No final, acrescentar-se-á um ingrediente extra no problema: a reversibilidade. Se por um lado, esta facilita o tratamento analítico do problema, por outro vai favorecer o aparecimento de dinâmicas mais ricas e interessantes. Abordar-se-ão alguns problemas em aberto neste âmbito.

O tema abordado nesta sessão resulta de trabalhos conjuntos do orador com Santiago Ibáñez Mesa e José Angél Rodríguez da Universidade de Oviedo (Espanha).

**palavras-chave:** Bifoco; Rede heteroclínica; Ferraduras suspensa, Sombreamento.

## Referências

- [1] P. G. Barrientos, S. Ibáñez, J. A. Rodríguez, *Heteroclinic cycles arising in generic unfoldings of nilpotent singularities*, J. Dyn. Diff. Equations, 23, 999–1028, 2011
- [2] Ibáñez, S., Rodrigues, A.A.P., *On the dynamics near a homoclinic network to a bifocus: switching and horseshoes*, Submetido, 2014
- [3] Shilnikov, L.P., *A case of the existence of a denumerable set of periodic motions*, Sov. Math. Dokl, No. 6, 163–166, 1965

- [4] Shilnikov, L.P., *The existence of a denumerable set of periodic motions in four dimensional space in an extended neighbourhood of a saddle-focus*, Sovit Math. Dokl., 8(1), 54–58, 1967

## BILHARES DUAIS CONTRACTIVOS

*J. P. Gaivão*

CEMAPRE/ISEG-UL

e-mail: [jpgaivao@iseg.utl.pt](mailto:jpgaivao@iseg.utl.pt)

**Resumo:** Neste trabalho estudamos a dinâmica de bilhares duais em mesas poligonais com uma lei de reflexão contractiva que depende de um parâmetro  $\lambda \in (0, 1)$ . Demonstramos que se a mesa do bilhar é um triângulo ou um quadrilátero com ângulos muito próximos de 90 graus então a dinâmica é assintoticamente periódica, isto é, existe um número finito de orbitas periódicas que atraem as restantes orbitas. Descrevemos ainda as bifurcações do atrator quando  $\lambda \rightarrow 1$ . Este trabalho foi realizado em colaboração com G. Del Magno e E. Gutkin [1, 2].

**palavras-chave:** Bilhares duais; transformações contractivas por bocados.

## Referências

- [1] G. Del Magno, J. P. Gaivão e E. Gutkin, “Dissipative polygonal billiards: case study.”, *submetido para publicação*, (2014).
- [2] G. Del Magno e J. P. Gaivão, “Dissipative polygonal outer billiards are generically asymptotically periodic.”, *em preparação*, (2014).

## VARIEDADES INVARIANTES DE EDOs NÃO-AUTÓNOMAS

António J. G. Bento

Departamento de Matemática, Universidade da Beira Interior

e-mail: bento@ubi.pt

**Resumo:** Supondo que  $X$  é um espaço de Banach,  $B(X)$  é a álgebra dos operadores lineares limitados definidos em  $X$ ,  $A: [0, +\infty[ \rightarrow B(X)$  é uma aplicação contínua e a equação diferencial

$$v'(t) = A(t)v(t),$$

admite um tipo de dicotomia bastante geral, apresentaremos condições suficientes para a existência de variedades invariantes de equações da forma

$$v'(t) = A(t)v(t) + f(t, v(t)),$$

onde  $f: [0, +\infty[ \times X \rightarrow X$  é uma função contínua tal que  $f(t, 0) = 0$  e, para cada  $t \in [0, +\infty[$ ,  $f(t, \cdot)$  é Lipschitz ou localmente Lipschitz. Esta comunicação está baseada em [7] e inclui como casos particulares ou melhora resultados de [1, 2, 3, 4, 5, 6].

**palavras-chave:** Variedades invariantes; EDOs não-autónomas; dicotomias generalizadas.

## Referências

- [1] L. Barreira and C. Valls, “Stable manifolds for nonautonomous equations without exponential dichotomy,” *J. Differential Equations*, Vol. 221, no. 1 (2006), pp. 58–90.
- [2] L. Barreira and C. Valls, “Characterization of stable manifolds for nonuniform exponential dichotomies,” *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, Vol. 21, no. 4 (2008), pp. 1025–1046.
- [3] L. Barreira and C. Valls, “Stable invariant manifolds for parabolic dynamics,” *J. Funct. Anal.*, Vol. 257, no. 4 (2009), pp. 1018–1029.
- [4] L. Barreira and C. Valls, “Smooth stable invariant manifolds and arbitrary growth rates,” *Nonlinear Anal.*, Vol. 72, no. 5 (2010), pp. 2444–2456.
- [5] A. J. G. Bento and C. M. Silva, “Stable manifolds for non-autonomous equations with non-uniform polynomial dichotomies,” *Q. J. Math.*, Vol. 63, no. 2 (2012), pp. 275–308.
- [6] A. J. G. Bento and C. M. Silva, “Generalized Nonuniform Dichotomies and Local Stable Manifolds,” *J. Dynam. Differential Equations*, Vol. 25, no. 4 (2013), pp. 1139–1158.
- [7] A. J. G. Bento and C. M. Silva, “Nonuniform dichotomic behavior: Lipschitz invariant manifolds for ODEs,” *Bull. Sci. math*, Vol. 138, no. 1 (2014), pp. 89–109.



NON-COMPACT GLOBAL ATTRACTORS FOR A CLASS OF  
NON-DISSIPATIVE SYSTEMS*Juliana Pimentel, Carlos Rocha*

Instituto Superior Técnico

e-mail: `jusilva@math.tecnico.ulisboa.pt``crocha@math.tecnico.ulisboa.pt`

**Resumo:** We consider dynamical systems generated by a scalar semilinear parabolic equation. We consider a recently introduced class known as slowly non-dissipative systems [1], which comprises those with existence of solutions whose norms grow-up to infinity with time. When dealing with slowly non-dissipative systems, the existence of unbounded solutions, which are referred to as grow-up solutions, requires the introduction of some objects at infinity interpreted as equilibria at infinity. Moreover, the existence of these solutions yields a more complex orbit structure on the attractor than that appearing on dissipative systems. By extending known results, we obtain the existence and a description of a non-compact global attractor. Also, it is well known that there exists a permutation, introduced in [2], associated with dissipative systems that determines many of the main geometric features of the global attractor. For non-dissipative systems, the existence of equilibria at infinity add some significant challenges to obtain a similar permutation determining the heteroclinic connections on the non-compact global attractor. Under this setting, we still manage to determine the heteroclinic connections based on the Sturm permutation method. This provides a simpler criterion for describing the non-compact global attractor and generalize the results obtained for dissipative equation.

**palavras-chave:** slowly non-dissipative systems; grow-up; global attractor; Sturm permutation.

**Referências**

- [1] N. Ben-Gal, “Grow-Up Solutions and Heteroclinics to Infinity for Scalar Parabolic PDEs”, PhD Thesis, Brown University, 2010.
- [2] G. Fusco e C. Rocha, “A permutation related to the dynamics of a scalar parabolic PDE”, *Journal of Differential Equations*, Vol. 91, No. 1 (1991), pp. 111-137.1991.

## ESTABILIDADE DO SOMBREAMENTO FRACO EM DIFEOMORFISMOS QUE PRESERVAM O VOLUME

Mário Bessa, Manseob Lee, Sandra Vaz

Universidade da Beira Interior

e-mail: [bessa@ubi.pt](mailto:bessa@ubi.pt)

[lmsds@mokwon.ac.kr](mailto:lmsds@mokwon.ac.kr)

[svaz@ubi.pt](mailto:svaz@ubi.pt)

### Resumo:

É um problema antigo em sistemas dinâmicos perceber como a estabilidade de uma certa propriedade no espaço de fase implica algum comportamento do tipo hiperbólico na aplicação tangente do sistema.

A estabilidade de certas propriedades como conjugação topológica, estabilidade sombreamento, especificação entre outras têm sido um assunto em análise nos últimos anos. O nosso interesse é na propriedade de sombreamento fraco.

A noção de sombreamento no contexto de sistemas dinâmicos é motivado pela ideia de aproximações numéricas para soluções exatas ao longo de órbitas e perceber a influência dos erros que cometemos e permitimos em cada iteração.

Informalmente, o sombreamento fraco permite que as pseudo-órbitas possam ser aproximadas por órbitas exatas se esquecermos a parametrização do tempo e considerarmos apenas a distância entre a órbita e a pseudo-órbita como dois conjuntos no espaço de fase.

Estudamos a propriedade de sombreamento fraco em difeomorfismos que preservam o volume e mostramos que apresentam uma decomposição dominada.

**palavras-chave:** Sombreamento; hiperbolicidade parcial; difeomorfismos que preservam volume.

### Referências

- [1] Mário Bessa, Manseob Lee e Sandra Vaz, “Stable weakly shadowable volume-preserving systems are volume-hyperbolic”, *Acta Mathematica Sinica*, Vol. 30, No. 6 (2014), pp. 1007-1020.

## ESTABILIDADE DE HAMILTONIANOS

Mário Bessa, Jorge Rocha, Maria Joana Torres

Instituição:

Universidade da Beira Interior; Universidade do Porto; CMAT, Universidade do Minho  
e-mail:

bessa@ubi.pt;

jrocha@fc.up.pt;

jtorres@math.uminho.pt

**Resumo:** Consideremos o contexto dos sistemas Hamiltonianos  $H \in C^2(M, \mathbb{R})$ , definidos numa variedade simplética  $M$  de dimensão  $2d$  ( $d \geq 2$ ). Nesta palestra vamos abordar os seguintes resultados recentes.

- Um sistema Hamiltoniano estrela é Anosov. Como consequência obtemos a prova da conjectura da estabilidade para Hamiltonianos. Isto generaliza os resultados de dimensão 4 em [1].
- Um sistema Hamiltoniano  $H$  é Anosov se qualquer das seguintes afirmações se verifica:  $H$  é robustamente topologicamente estável;  $H$  é estavelmente sombreável;  $H$  é estavelmente expansivo; e  $H$  possui a propriedade de especificação fraca estável. Além disso, para um Hamiltoniano  $C^2$ -genérico  $H$ , a união das hipersuperfícies de energia regulares parcialmente hiperbólicas e das órbitas fechadas elípticas, forma um subconjunto denso de  $M$ . Como consequência, qualquer hipersuperfície de energia regular robustamente transitiva de um Hamiltoniano  $C^2$  é parcialmente hiperbólica. Por fim, as hipersuperfícies de energia regulares estavelmente fracamente sombreáveis são parcialmente hiperbólicas.

## Referências

- [1] M. Bessa, C. Ferreira and J. Rocha, *On the stability of the set of hyperbolic closed orbits of a Hamiltonian*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., 149 (2) (2010), 373–383.
- [2] M. Bessa, J. Rocha and M. J. Torres, *Hyperbolicity and Stability for Hamiltonian flows*, Jr. Diff. Eq., 254 (1) (2013), 309–322.
- [3] M. Bessa, J. Rocha and M. J. Torres, *Shades of Hyperbolicity for Hamiltonians*, Nonlinearity, 26 (2013), 2851–2873.

## INVESTIMENTO ALEATÓRIO NO TRANSPORTE FERROVIÁRIO DE ALTA VELOCIDADE

*Rita Pimentel*

Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

Programa Doutoral em Estatística e Processos Estocásticos

e-mail: [rita.pimentel@tecnico.ulisboa.pt](mailto:rita.pimentel@tecnico.ulisboa.pt)

**Resumo:** Um investimento é o acto de incorrer num custo na expectativa de obter recompensas futuras. As opções reais, como um tópico central da Matemática financeira, englobam a avaliação deste tipo de oportunidades.

Os primeiros trabalhos consideravam que existia apenas uma fonte de incerteza associada ao investimento, usualmente modelada por um processo com trajectórias contínuas (como é o caso do movimento geométrico Browniano). Mais recentemente, alguns autores têm modelado problemas de investimento com fonte de incerteza com trajectórias descontínuas, o que acontece, por exemplo, quando há saltos motivados por conjecturas económicas, financeiras ou de outra origem (inovações tecnológicas, decisões políticas, entre outras). Estes saltos ocorrem em instantes aleatórios e são usualmente impulsionados por um Processo de Poisson homogéneo.

Neste trabalho pretendemos avaliar a opção de investimento num grande projecto de obras públicas: a construção do transporte ferroviário de alta velocidade. Caracterizamos a política óptima de investimento, em termos do instante em que a decisão deve ser tomada e do valor da opção de investimento. Assumimos duas fontes de incerteza: a procura pelo serviço (transporte ferroviário) e o valor do investimento, sendo ambos modelados por movimentos geométricos Brownianos com saltos. Consideramos ainda que os processos envolvidos (quer os movimentos brownianos quer os processos de Poisson) são independentes entre si.

**palavras-chave:** Opções reais; processos com saltos; transporte ferroviário de alta velocidade.

## GRUPOS DE HOMOTOPIA DOS ESPAÇOS MODULI DOS FIBRADOS DE HIGGS

*Ronald Alberto Zúñiga Rojas*

Universidade do Porto

Programa Inter-Universitário de Doutoramento em Matemática UC/UP

e-mail: ronalbzur@gmail.com

**Resumo:** Um fibrado de Higgs sobre  $X$  uma superfície de Riemann é um par do tipo  $(E, \Phi)$  onde  $E \rightarrow X$  é um fibrado vectorial holomorfo sobre  $X$  e a secção  $\Phi \in H^0(X, \text{End}(E) \otimes K)$  é um endomorfismo de  $E$  torcido por  $K = K_X$ , o fibrado vectorial canónico sobre  $X$ . Mais geralmente, se mudamos  $K$  por um fibrado de linha arbitrário fixo  $L$ , obtemos um par de Hitchin  $(E, \Phi)$  onde agora a secção  $\Phi \in H^0(X, \text{End}(E) \otimes L)$ . Fazendo uso das condições de estabilidade para os fibrados de Higgs, respectivamente para os pares de Hitchin, é possível obter uma construção tipo GIT dos espaços moduli dos fibrados de Higgs  $(E, \Phi)$  de rango  $rk(E) = r$  e grau  $\deg(E) = d$ ,  $\mathcal{M}(r, d)$ , respectivamente dos espaços moduli dos pares de Hitchin  $\mathcal{M}_L(r, d)$ . Existe também uma construção baseada em teoria calibrada (gauge theory) feita por Hitchin.

Os trabalhos de Bradlow, García-Prada e Gothen têm muita importância porque eles apresentam os principais resultados conhecidos sobre grupos de homotopia dos espaços moduli. Eles provaram que:

TEOREMA 1[BGG](Theorem 4.4.)

Seja  $\mathcal{G}$  o grupo calibrado unitário (unitary gauge group). Se  $r > 1$ ,  $g \geq 3$  e  $\text{GCD}(r, d) = 1$ , então:

- (1)  $\pi_1(\mathcal{M}(r, d)) \cong H_1(X, \mathbb{Z})$ ;
- (2)  $\pi_2(\mathcal{M}(r, d)) \cong \mathbb{Z}$ ;
- (3)  $\pi_j(\mathcal{M}(r, d)) \cong \pi_{j-1}(\mathcal{G})$  for  $2 < j \leq 2(g-1)(r-1) - 2$ .

No caso particular  $r = 2$  Hausel provou que o isomorfismo (3) se mantém para  $j \leq 4g-8$ , o que é duas vezes melhor que o resultado obtido no teorema.

O nosso objectivo é portanto obter resultados gerais para os pares de Hitchin, e melhorar o rango para o qual o isomorfismo em (3) no Teorema 1 se mantém para  $r \geq 3$ , generalizando portanto os resultados do trabalho de Hausel.

**palavras-chave:** Geometria e Topologia.

GRUPOS DE HOMOTOPIA DOS ESPAÇOS MODULI DOS FIBRADOS DE  
2 HIGGS

---

## Referências

- [BGG] S.B. Bradlow, O. García-Prada, P.B. Gothen, “Homotopy Groups of Moduli Spaces of Representations” *Topology* 47 (2008), pp. 203–224.
- [Hau] T. Hausel, *Geometry of Higgs Bundles*, Cambridge University Press. Cambridge, 1998.
- [Hit1] N.J. Hitchin, *Gauge Theory on Riemann Surfaces*. Proceedings of the First College of Riemann Surfaces Held in Trieste, Italy (1987), pp. 99-118.
- [Hit2] N.J. Hitchin, “The Self-Duality Equations on a Riemann Surface”, *Proc. London Math. Soc.* Vol.55, No. 3 (1987), pp. 59-126.

## NON-FICKIAN MODELS FOR BIODEGRADABLE DRUG ELUTING STENTS

*Jahed Naghipoor*

Universidade de Coimbra

Programa Inter-Universitário de Doutoramento em Matemática UC/UP

e-mail: [jahed@mat.uc.pt](mailto:jahed@mat.uc.pt)

**Resumo:** In recent years, mathematical modeling of cardiovascular drug delivery systems has become an effective tool to gain deeper insights in the cardiovascular diseases like atherosclerosis. In the case of coronary biodegradable stent which is a tiny expandable biocompatible metallic mesh tube covered by biodegradable polymer, it leads to a deeper understanding of the drug release mechanisms from polymeric stent into the arterial wall. A coupled non-Fickian model of a cardiovascular drug delivery system using a biodegradable drug eluting stent is proposed in this talk. Energy estimates are used to study the qualitative behavior of the model. The numerical results are obtained using an IMEX finite element method. The influence of arterial stiffness in the sorption of drug eluted from the stent is analyzed. The results presented in this talk open new perspectives to adapt the drug delivery profile to the needs of the patient.

**palavras-chave:** Análise numérica; métodos numéricos em equações com derivadas parciais.

## COMPRESSIVE-SENSING PARA ÁTOMOS DE FOURIER NÃO-LINEARES

*Narciso Gomes*

Universidade de Aveiro

Programa doutoral em Matemática e Aplicações, Univ. do Minho e de Aveiro.

e-mail: [gomes.ng@gmail.com](mailto:gomes.ng@gmail.com)

**Resumo:** Nesta palestra discutiremos um esquema de rápida reconstrução para sinais no disco unitário. Este esquema é baseado numa aproximação adaptativa em termos de átomos de Fourier não-lineares. Uma judiciosa aplicação dos princípios de compressive sensing permitem uma rápida reconstrução similar à obtida por meio de Fast Fourier transform (FFT). Este método baseia-se no facto das matrizes dos átomos de Fourier não-lineares gozarem da propriedade de isometria restrictiva (restrictive isometry property - RIP) com alta probabilidade. Deste modo, propomo-nos a reconstruir o dito sinal em termos de uma base adaptativa, por intermédio de um processo de minimização  $l_1$ , com amostragem escolhida uniformemente distribuída. O facto de usarmos átomos de Fourier não-lineares em vez da usual base de Fourier permite-nos tomar vantagem adicional da geometria hiperbólica subjacente ao modelo esférico.

**palavras-chave:** Compressive sensing, Átomos não lineares de Fourier, Takenaka Malmquist system, Harmónicos Esféricos.



## SYMPLECTOMORPHISM GROUPS OF SOME 4-MANIFOLDS

*Sinan Eden*

Instituto Superior Técnico

Programa de Doutoramento em Matemática do IST.

e-mail: [sinaneden@yahoo.com](mailto:sinaneden@yahoo.com)

**Resumo:** “By symplectic topology, I mean the discipline having the same relation to ordinary topology as the theory of Hamiltonian dynamical systems has to the general theory of dynamical systems.” [4]

When we talk about Hamiltonian dynamical systems, “the good generalization of ‘preserving the area’ is not ‘preserving the volume.’” [5] With this motto, we are interested in symplectomorphisms, ie diffeomorphisms on manifolds which preserve the symplectic structure. As a matter of fact, by Gromov [6, 7], we should expect that the group of symplectomorphisms of a manifold to be much smaller than the group of volume-preserving diffeomorphisms.

In this talk I will explain, in addition to the basics of symplectic geometry, a method (also introduced by Gromov [6] and developed later by others such as [1, 2, 3]) to describe the symplectomorphism groups of four-dimensional symplectic manifolds.

**palavras-chave:** Geometria Simplética.

## Referências

- [1] M. Abreu; “Topology of symplectomorphism groups of  $S^2 \times S^2$ ”. *Inventiones Mathematicae* 131 (1998), pp. 1–23
- [2] M. Abreu, G. Granja, N. Kitchloo: “Compatible complex structures on symplectic rational ruled surfaces”, *J. Am. Math. Soc.* 13 (2000), pp. 971–1009.
- [3] S. Anjos, M. Pinsonnault; “The homotopy Lie algebra of symplectomorphism groups of 3-fold blow-ups of the projective plane”, *Mathematische Zeitschrift* 275 (2013), pp. 245–292.
- [4] V.I. Arnold; “First steps in symplectic topology”, *Russian Math. Surveys* 41 (1986) pp. 1–21.

2 SYMPLECTOMORPHISM GROUPS OF SOME 4-MANIFOLDS

---

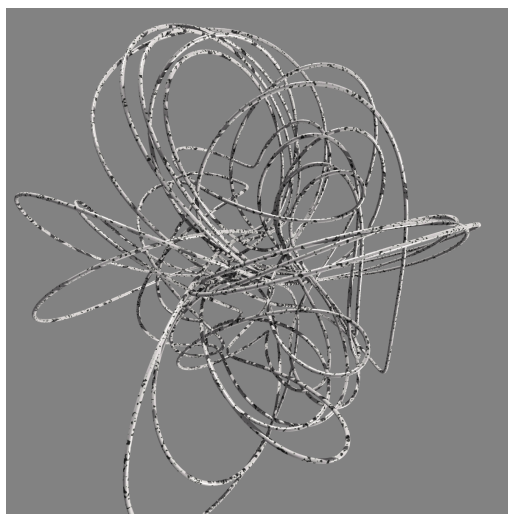
- [5] M. Audin; *Vladimir Igorevich Arnold and the invention of symplectic topology*, Contact and Symplectic topology. F. Bourgeois, V. Colin and A. Stipsicz (eds), Bolyai Society Mathematical Studies, Springer, 2014.
- [6] M. Gromov; “Pseudo holomorphic curves in symplectic manifolds”, *Inventiones Mathematicae* 82 (1985), pp. 307–347.
- [7] M. Gromov; *Soft and hard symplectic geometry*. Proceedings of the ICM at Berkeley Vol 1, American Mathematical Society, Providence, RI (1986), pp. 81-98.

## DA SINCRONIZAÇÃO À SINCRONIZAÇÃO GENERALIZADA

*Gonçalo Moraes*

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa  
Programa de Doutoramento em Matemática FCT/UNL  
e-mail: [gnupost@gmail.com](mailto:gnupost@gmail.com)

**Resumo:** Os osciladores são uma componente essencial da natureza, revelando-se em fenómenos periódicos ou caóticos. Quando acoplados, a Sincronização é muitas vezes facilmente reconhecida, pois o comportamento individual de cada oscilador parece em harmonia com o dos restantes. Esta harmonia é, a olho nu, revelada por um comportamento periódico do sistema. No entanto a natureza manifesta-se muitas vezes de uma forma em que não é possível discernir facilmente esta harmonia. Assim, na literatura foi proposto o conceito de Sincronização Generalizada, pretendendo-se com esta revelar uma ordem escondida. No entanto esta ordem revelada é muitas vezes um oxímoro.



**palavras-chave:** Equações diferenciais.

## VERIFICAÇÃO DE CADEIAS DE MARKOV: UMA CONEXÃO SURPREENDENTE COM TEORIA DE NÚMEROS.

*Manuel Biscaia*

SQIG, Instituto de Telecomunicações, IST  
Programa Doutoral em Segurança da Informação  
e-mail: [manuel.biscaia@gmail.com](mailto:manuel.biscaia@gmail.com)

**Resumo:** Verificação de Modelos é uma área da Ciência da Computação muito rica, englobando áreas tão diversas da Matemática como Lógica, Algoritmia ou até Teoria de Grafos. Nesta apresentação tentaremos mostrar um pouco da diversidade deste tema, ilustrando como uma questão colocada e parcialmente resolvida por Thoralf Skolem em 1934 pode ressurgir de formas inesperadas em verificação de Cadeias de Markov.

**palavras-chave:** Desenvolvimento e aplicação de lógicas temporais com componente probabilísticas à verificação de sistemas.

## LIMITES ASSIMPTÓTICOS PARA A EQUAÇÃO DUPLAMENTE NÃO LINEAR

*María Rosario Astudillo Rojas*

Universidade de Coimbra

Programa Inter-Universitário de Doutorado em Matemática UC/UP

e-mail: [mastudillo86@gmail.com](mailto:mastudillo86@gmail.com)

**Resumo:** Investigamos os limites assintóticos das soluções do problema de Dirichlet homogêneo associado à equação de evolução duplamente não linear  $u_t = \Delta_p u^m + g$ , quando os parâmetros  $p$  e  $m$  tendem para infinito.

A motivação para o estudo do comportamento no limite das soluções destas equações radica nas suas aplicações físicas, uma vez que constituem modelos matemáticos para problemas físicos em diferentes contextos, por exemplo no estudo dos fluidos não Newtonianos, do fluxo turbulento de um gás em meios porosos e em glaciologia. Adicionalmente, sob certas condições iniciais, encontramos no limite problemas com propriedades completamente diferentes, com aplicações físicas que são interessantes por si sós e que exigem uma abordagem analítica inovadora.

Estudamos os limites em  $p$  e  $m$  separadamente e em sequência, eventualmente completando um diagrama de convergência para o problema. Tanto quanto sabemos, muito pouco tem sido feito sobre o comportamento assintótico das soluções da equação duplamente não linear, quando  $m \neq 1$  e  $p \neq 2$  simultaneamente. Em particular, o diagrama de convergência completo é uma novidade.

**palavras-chave:** Equações com derivadas parciais.

## A CONSTRUÇÃO DOS GRUPOS DE ORDEM LIVRE DE POTÊNCIAS QUARTAS

*Eliana de Castro*

CAUL/FCUL, Universidade de Lisboa

Programa Doutoral da FCUL/UL

e-mail: [elidecastro@gmail.com](mailto:elidecastro@gmail.com)

**Resumo:** O problema da classificação dos grupos finitos remonta aos trabalhos de Cayley (1854). Trata-se de um problema muito simples de formular: dado um número natural  $n$ , pretende-se determinar, a menos de isomorfismo, uma lista de representantes dos grupos de ordem  $n$ , dois a dois não isomorfos. No entanto, a resposta não é evidente e depende do número natural  $n$ , mais concretamente, depende da factorização de  $n$  em números primos.

Gaschütz (1953) desenvolveu uma abordagem para construir grupos finitos que, em 2005, Dietrich e Eick aplicaram na determinação dos grupos de ordem livre de cubos.

É nosso objectivo utilizar os algoritmos e os resultados já existentes para, agora, determinar e implementar novos algoritmos de forma a obter uma construção dos grupos de ordem livre de potências quartas de números primos. Nesse sentido, vamos seguir a estratégia adoptada por Dietrich e Eick tentando adaptá-la a esta situação.

Neste seminário, apresentaremos os passos gerais da abordagem de Gaschütz e explicaremos quais as principais dificuldades encontradas bem como os principais avanços no sentido da resolução do problema.

**palavras-chave:** Álgebra, Lógica e Fundamentos.